

НАНЕСЕННЯ НА КАРТУ МІСЦЕВОСТІ ІЗОМЕТРИЧНОЇ СІТКИ З ВІДПОВІДНИМИ ГЕОМЕТРИЧНИМИ ФІГУРАМИ

Несвідомін В.М., д.т.н., професор,¹

Пилипака С.Ф., д.т.н., професор,¹

Несвідоміна О.В., к.т.н.,²

¹Національний університет біоресурсів і природокористування України
(м. Київ, Україна)

²ДП «УКРМЕТРТЕСТСТАНДАРТ» (м. Київ, Україна)

Анотація – у статті розкрито спосіб нанесення на карту місцевості ізометричної сітки з відповідними геометричними фігурами. Актуальність зазначеної задачі обумовлена потребами дискретизації ділянок місцевості площами заданих форм, наприклад, з метою їх розмінування.

Ключові слова – ізометричні сітки, ізотропні криві, квадратні комірки, геометричні фігури, тарле-програмування.

Постановка проблеми. На рис.1 наведено зображення фрагментів карт місцевостей з характерними об'єктами – автомобільними дорогами, залізничними коліями, берегами річок, кромками лісових насаджень тощо [1]. Необхідно нанести ізометричну сітку на карту місцевості, обмежену заданим криволінійним об'єктом. Або ж потрібно апроксимувати криволінійну ділянку місцевості такими фігурами, як трикутник, квадрат, коло тощо з визначенням їх метричних та позиційних характеристик.

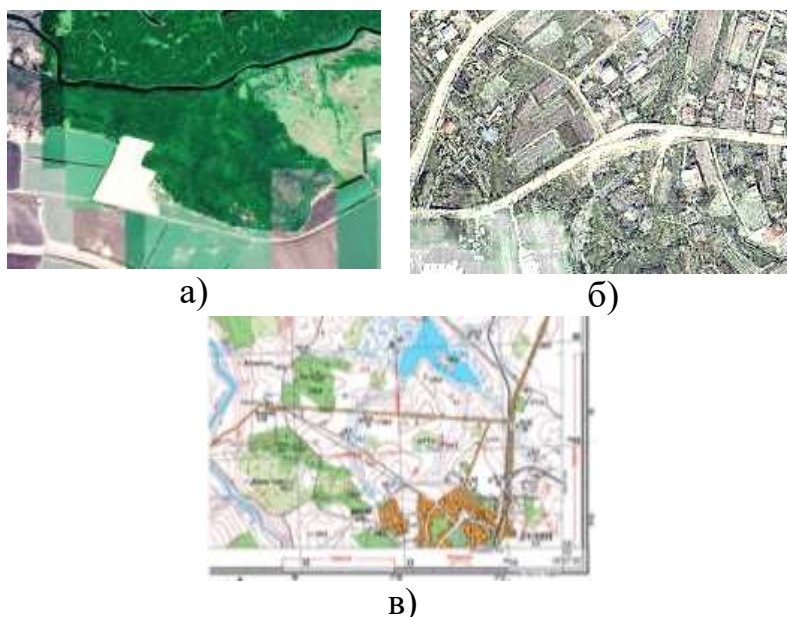


Рис.1. Фрагменти зображень карт

Аналіз останніх досліджень. В праці [3] досліджено значимість ізометричних сіток в задачах прикладної геометрії поверхонь. Формування та використання плоских ізометричних сіток за вихідною напямною кривою наведено в праці [3].

Формулювання цілей статті. Розкриємо аналітичне, алгоритмічне та програмне забезпечення нанесення на будь-яку карту місцевості заданої двопараметричної множини певних фігур з можливістю визначення їх метричних та позиційних характеристик. Аналіз результатів обчислювальних експериментів здійснимо в СКМ *Maple* [2].

Основна частина. Нанесення ізометричної сітки з відповідними геометричними фігурами здійснюється в наступній послідовності.

Спершу, необхідно мати прямокутний фрагмент карти (рис.1), наприклад, вирізати відповідну місцевість в Google Map [1] з географічними координатами у вершинах діагоналі прямокутника. Достатньо зберегти дане зображення у вигляді графічного файлу, наприклад, у jpg-форматі (рис.2,а).

Загрузимо графічний файл карти місцевості у систему комп'ютерної математики Maple [2].

За допомогою вбудованого оператора *surfdata(image = Img)* візуалізуємо зображення карти з виконанням масштабування в межах 0..1 одиниць (рис.2,б).

Нехай ізометричну сітку потрібно побудувати по обидва боки, наприклад, автомобільної дороги (рис.2,в). Здійснимо зчитування координат (x,y) ламаної вздовж автомобільної дороги, отримаємо:

$$\begin{aligned} X_i &= [0.098, 0.243, 0.348, 0.639] & I & \\ Y_i &= [0.225, 0.127, 0.089, 0.025] & (1) & \end{aligned}$$

Використання інтерполяційного поліному Лагранжа до ламаної (1) призведе до параметричного рівняння виду:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}[0.1 + 0.72t - 1.2t^2 + 1.02t^3, 0.23 - 0.47t + 0.66t^2 - 0.39t^3] \quad (2)$$

Формування ізометричної сітки за параметрично заданою кривою (2) зводиться до задання ізотропної кривої на комплексній площині у вигляді $\mathbf{rc}(t) = [x(t) \pm I y(t), y(t) \mp I x(t)]$ з наступною заміною дійсного аргументу t на комплексний $z = u + v I$ [3, 4].

З отриманого рівняння плоскої сітки на комплексній площині в параметричному вигляді

$$R(u, v) = [x(u + vI) \pm y(u + vI) I, y(u + vI) \mp x(u + vI) I]$$

відокремленням дійсної або ж уявної частин будується плоска ізометрична сітка, характерною властивістю якої є рівність крайніх коефіцієнтів першої квадратичної форми, що дозволяє здійснити побудову сітки з комірками у вигляді квадратів.

Перераховані символічні перетворення здійснюються автоматично в середовищі *Maple* [2] за допомогою відповідно розробленого програмного забезпечення.

На рис.2,г побудовано напрямну криву $r(t)$ (2) та плоску ізометричну сітку по обидві боки кривої $r(t)$.

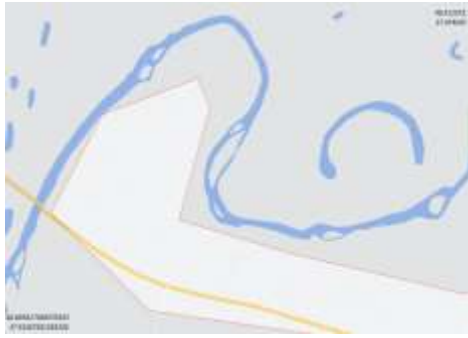
Звернемо увагу на різні розміри квадратних комірок по обидва боки прямої кривої (2).

Зрозуміло, що на криволінійну область не можна нанести квадрати без розривів чи самоперетину. Можна бачити (рис.2,г), що в області дуги кривої із більшою кривиною квадратні комірки згущаються. Тому надана можливість управління місцем положення ізометричної сітки вздовж прямої кривої (2).

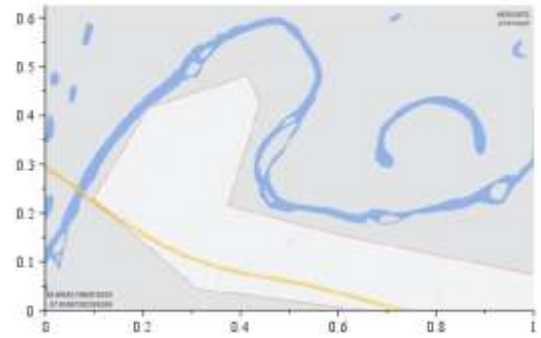
На рис.2,д,є здійснено нанесення ізометричної сітки на меншій ділянці дороги. Характер розподілу комірок вздовж прямої кривої (2) також можна управляти вибором функціональної залежності комплексної змінної. Всі вище розглянуті сітки були побудовані при заміні аргумента t у рівняннях прямої кривої $r(t)$ комплексною змінною $t = z$, де $z = u + v \cdot I$ – комплексне число.

Якщо ж аргумент t у рівняннях кривої $r(t)$ замінити будь-якою іншою функцією $t = f(z)$ – сітка залишиться ізометричною, але форма комірок і характер їх розподілу буде дещо іншим.

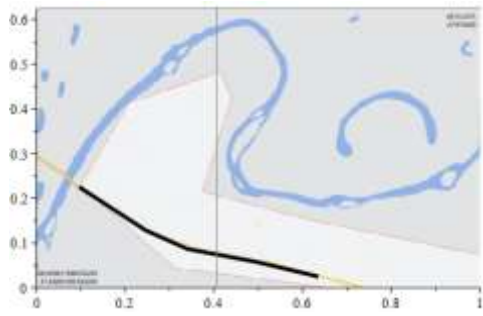
На рис.2,ж,з побудовані ізометричні сітки для прямої кривої (2) при заміні аргумента t на комплексні степеневі функції $f(z) = z^{1.5}$ та $(z) = z^{0.8}$.



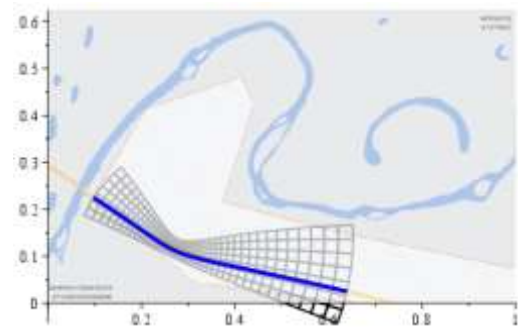
а)



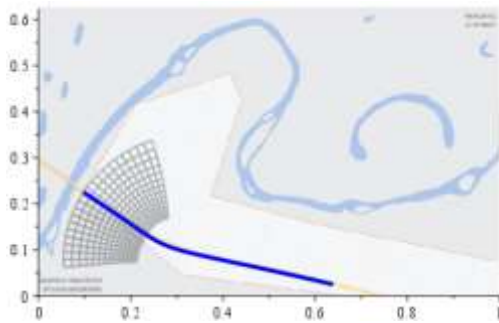
б)



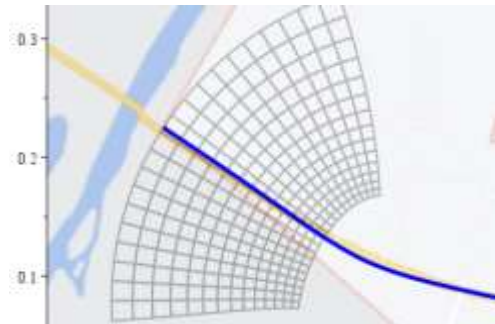
в)



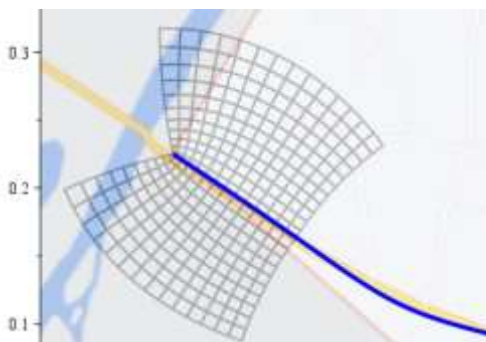
г)



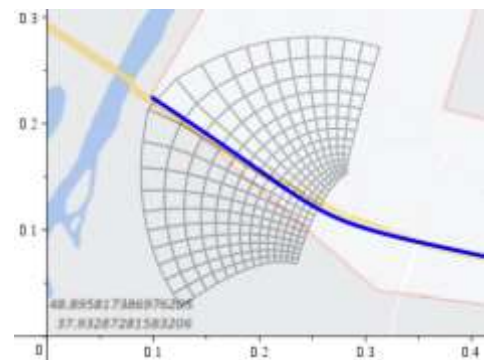
д)



е)



ж)



з)

Рис.2. Управління формою ізометричної сітки вздовж напрямної кривої

Використовуючи особливість ізометричних сіток мати квадратні комірки, можна замістити їх іншими фігурами. Наприклад, на рис.3,а побудовані точки в перетині ортогональних u, v - координатних ліній ізометричної сітки. Розподіл квадратних комірок відносно напрямної лінії може бути здійснений по спіральних лініях (рис.3,б). Триангуляція ізометричної сітки представлена на рис.3,в. Також можливе вписування кіл в квадратні комірки ізометричної сітки, як показано на рис.3.г.

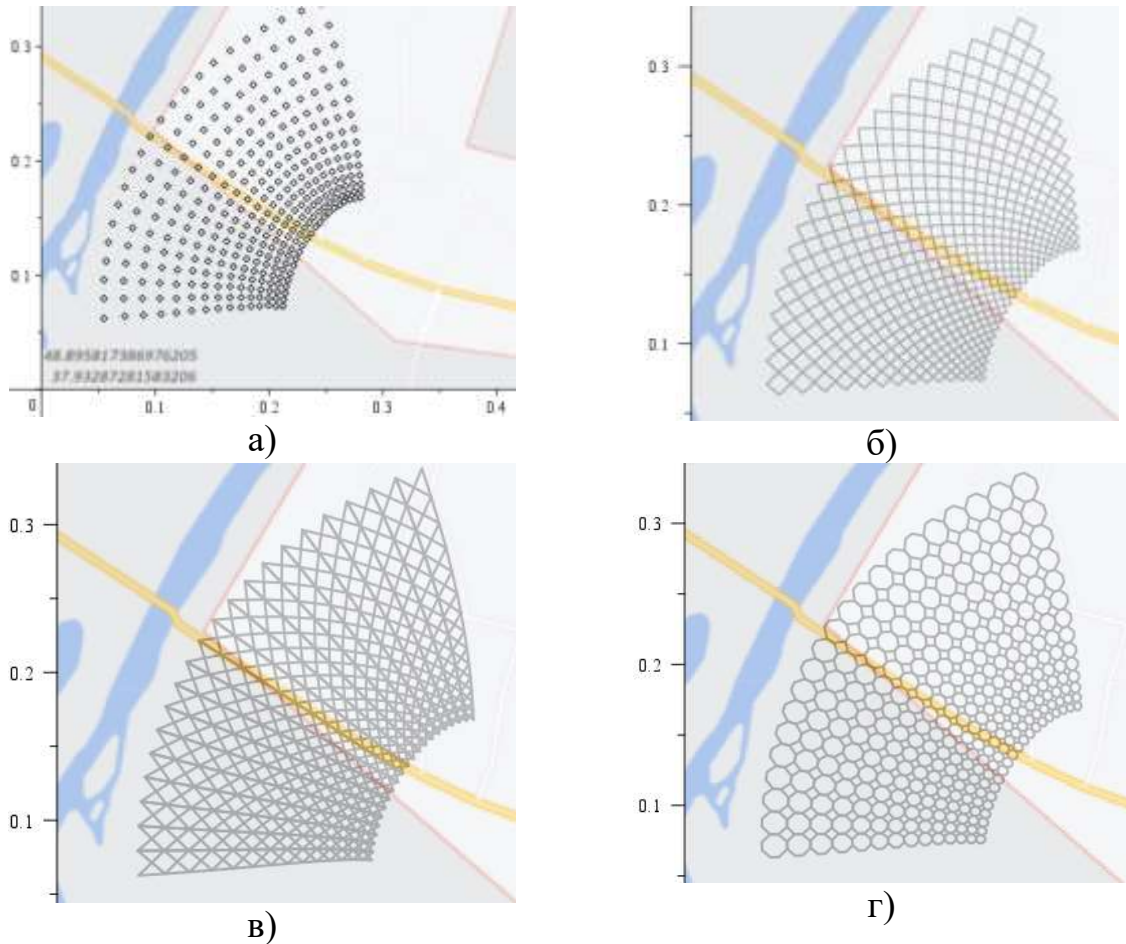


Рис.3. Види фігур вписаних в квадратні комірки ізометричної сітки

При нанесенні ізометричної сітки на карту місцевості виникає необхідність у визначенні її метричних та позиційних характеристик, зокрема, площі покриття. Оскільки для ізометричних сіток коефіцієнти 1-ї квадратичної форми $F = 0$ та $E = G$, то знаходження площі криволінійної області покритою ізометричною сіткою визначається по простій формулі:

$$S = \iint \sqrt{E \cdot G - F^2} \, dudv = \iint E \, dudv. \quad (3)$$

Для визначення положень фігур на місцевості потрібно знати їх географічні координати – широту та довготу. Оскільки сканована карта місцевості масштабується до одиниці, то знаючи ширину і довготу у вершинах діагоналі прямокутника зображення (ри.2,а) обчислення значень ширини і довготи кожної вершини сітки виконується за формулами:

$$\text{Широта}_i = \text{Широта}_1 + y_i(\text{Широта}_2 - \text{Широта}_1), \quad (5)$$

$$\text{Довгота}_i = \text{Довгота}_1 + x_i(\text{Довгота}_2 - \text{Довгота}_1), \quad (4)$$

де: $(\text{Широта}_1, \text{Довгота}_1)$ та $(\text{Широта}_2, \text{Довгота}_2)$ значення ширини та довготи у вершинах діагоналі прямокутника зображення карти;

(x_i, y_i) – значення u, v -координат вершин ізометричної сітки, які змінюються від 0 до 1.

На рис.4 наведено ще один приклад розбиття місцевості в Підгірцях вздовж берега річки.

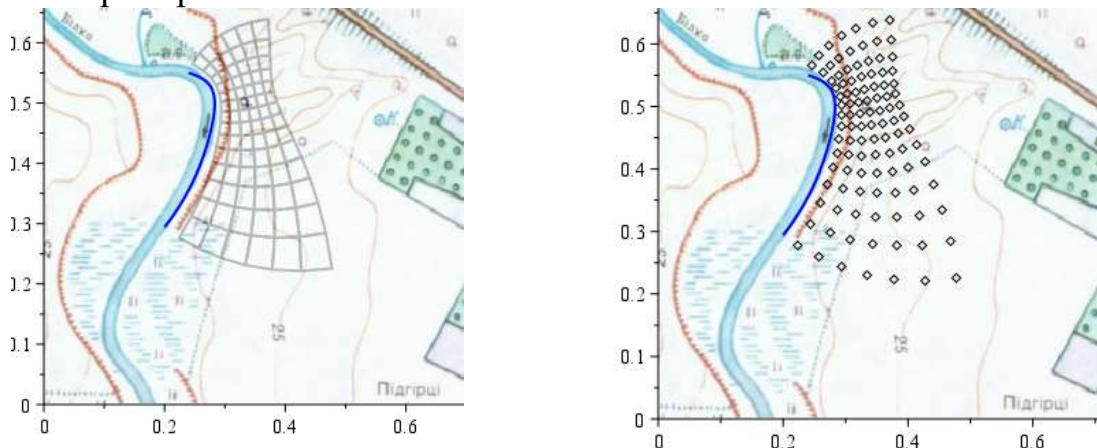


Рис.4. Нанесення ізометричних сіток на карту місцевості в Підгірцях

Висновки. Для розбиття місцевості на окремі елементарні ділянки заданих форм, наприклад, для розмінування, можна скористатися перевагами ізометричних сіток, а саме, багатоваріантністю розподілу квадратних комірок, можливістю отримати потрібні їх метричні та позиційні параметри, зокрема в географічних координатах. Вихідними умовами є зображення карти місцевості, лінія обрису певного об'єкта на карті, форма покриття у вигляді сітки чи заданих фігур, їх кількісні характеристики.

Бібліографічний список

1. Google карти. URL: <https://www.google.com/maps>.
2. Аладьев В.З. Программирование и разработка приложений в Maple / В.З. Аладьев, В.К. Бойко, Е.А. Ровба. - Гродно-Таллин. 2007. 458 с. #Text
3. Несвідоміна О.В. Ізометричні сітки в задачах прикладної геометрії поверхонь: автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01 / Київський національний університету будівництва і архітектури, Київ, КНУБА. 2921. 25 с. #Text
4. Несвідоміна О.В. Побудова плоских ізометричних сіток за наперед заданими плоскими кривими // Вісник Херсонського національного технічного університету. Херсон, 2017. Вип. 3(62). Том 2. С.298-302. #Text.