УДК 514.18

УТВОРЕННЯ ПОЗНАЧЕННЯ ОДНОРОЗМІРНИХ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТРИЦЬ ТОЧКОВИХ І ОПЕРАЦІЇ НАД НИМИ

Павленко О.М., к.т.н.*
Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького (Україна, м. Запоріжжя)
Мелітопольська школа прикладної геометрії імені Володимира Найдиша

Анотація *– у статті надано означення однорозмірних композиційних матриць (компоматриць) точкових, правила їхнього утворення і приклади позначення. Розглянуто операції множення, додавання компоматриць точкових і числових. Показано утворення обчислювальних компоматриць для точкової у координатному трипросторі та n-просторі параметрів.*

Інтеграційні композиційні матриці обчислювальні утворюються шляхом додавання обраних обчислювальних композиційних матриць за напрямами n-простору параметрів. Інтеграційні компоматриці застосовуються під час аналізу процесів реального об'єкту для виявлення спільного впливу обраних параметрів на перебіг процесів і на функціонування реального об'єкту, в цілому.

Ключові слова *– компоматриці точкові, обчислювальні компоматриці, інтеграційні компоматриці, числові компоматриці.*

Постановка проблеми. Композиційне геометричне моделювання ґрунтується на елементарних математичних операціях, які виконуються у надзвичайно великій кількості у процесі створення композиційних геометричних моделей. Для скорочених записів здійснення цих елементарних операцій запропоновано використовувати композиційні матриці, які і розглядаються у цій статті.

Аналіз останніх досліджень. Теорія композиційного геометричного моделювання дістала розвиток у роботах [1, 2, 3, 4, 5]. Однак, у цих роботах дослідження щодо однорозмірних композиційних матриць викладено розрізнено і не носить системний характер. Отже, актуальним є питання системного викладення досліджень щодо усіх видів однорозмірних композиційних матриць та умовного їх позначення для координатного трипростору та *n*-простору параметрів.

Формулювання цілей. Обґрунтувати утворення, розробити умовне позначення однорозмірних компоматриць та здійснення операцій над ними і надати системне викладення досліджень щодо них.

Основна частина. Композиційна матриця (компоматриця) – це прямокутний масив елементів розміром $l \times m \times n$ (де l – кількість рядків за напрямом U; m – кількість рядків за напрямом V; n – кількість стовпців за напрямом W), який складається у відповідності до точкового каркасу геометричного об’єкту, упорядкованого у підмножини, тобто – у дискретно подані ребра. При цьому, кожному рядку чи то стовпцю компоматриці відповідає одне ребро, за певним параметричним напрямом, вихідного геометричного об’єкту. Компоматриці призначені для аналітичної формалізації геометричних фігур методами композиційної геометрії та для скороченого запису і узагальненого розв’язування задач із застосуванням точкового числення Балюби-Найдиша. Виходячи із сказаного, кількість рядків і стовпців компоматриці завжди збігається з кількістю ребер дискретно поданого каркасу ліній геометричного об’єкту. Елементами компоматриці точкового є точки каркасу точок вихідного геометричного об’єкту. Однорозмірними компоматрицями є такі, що складаються із одного рядка або одного стовпця. Тобто такі, що дискретно формалізують одне ребро каркасу ліній і мають розміри $l\times1\times1$ або $1\times m\times1$, або $1\times1\times n$. Позначаються однорозмірні компоматриці подвійними квадратними дужками $[\![\ \ ]\!]$.

$[\![A_T]\!]_l = [\![A_i]\!]_{i=\overline{1,l}}$ – однорозмірні точкова компоматриця за параметричним напрямом U. Оскільки реалізація операцій над точками здійснюється через реалізацію цих операцій над відповідними координатами цих точок, то для кожної точкової компоматриці утворюються обчислювальні (координатні) компоматриці. Для координатного трипростору:

$$[\![A_i]\!]_{i=\overline{1,l}} \Rightarrow \{[\![A_i(K_3)]\!]\}_{\substack{i=\overline{1,l};\\ K_3=x,y,z}} \Rightarrow \left\{[\![A_i(x)]\!]_{i=\overline{1,l}},[\![A_i(y)]\!]_{i=\overline{1,l}},[\![A_i(z)]\!]_{i=\overline{1,l}}\right\}. \quad (1)$$

Для n-простору параметрів:

$$[\![A_i]\!]_{i=\overline{1,l}} \Rightarrow \{[\![A_i(K_n)]\!]\}_{\substack{i=\overline{1,l};\\ K_n=\overline{1,n_k}}} \Rightarrow \left\{[\![A_i(1)]\!]_{i=\overline{1,l}},[\![A_i(2)]\!]_{i=\overline{1,l}},\ldots,[\![A_i(n_k-1)]\!]_{i=\overline{1,l}},[\![A_i(n_k)]\!]_{i=\overline{1,l}}\right\}. \quad (2)$$

У (1) і (2) $A_i(K_3)$ і $A_i(K_n)$ – координати усіх базисних точок, відповідно, координатного трипростору і n-простору параметрів, у загальному вигляді. Кожен з елементів множини обчислювальних компоматриць (1) являє собою проєкцію усіх базисних точок кривої на відповідну вісь координатного трипростору. Аналогічно для (2) – елементи являють собою проєкції на відповідні осі n-простору параметрів.

У компоматричних виразах (1) і (2) надано записи для параметричного напряму U. Надамо аналогічні записи для параметричних напрямів V та W.

Позначення однорозмірних компоматриць точкових за параметричним напрямом V:

1) $[\![A_T]\!]_m = [\![A_j]\!]_{j=\overline{1,m}}$ – найзагальніше позначення.

2) $$\left[\!\left[A_{j} \right]\!\right]_{j=\overline{1,m}} \Rightarrow \left\{\!\left[\!\left[A_{j}\left(K_3\right) \right]\!\right]\!\right\}_{\substack{j=\overline{1,m};\\ K_3=x,y,z}} \Rightarrow \left\{ \left[\!\left[A_{j}(x) \right]\!\right]_{j=\overline{1,m}} \left[\!\left[A_{j}(y) \right]\!\right]_{j=\overline{1,m}} \left[\!\left[A_{j}(z) \right]\!\right]_{j=\overline{1,m}} \right\}$$, для координатного трипростору.

3) $$\left[\!\left[A_{j} \right]\!\right]_{j=\overline{1,m}} \Rightarrow \left\{\!\left[\!\left[A_{j}\left(K_n\right) \right]\!\right]\!\right\}_{\substack{j=\overline{1,m};\\ K_n=\overline{1,n_k}}} \Rightarrow \left\{ \left[\!\left[A_{j}(1) \right]\!\right]_{j=\overline{1,m}} \left[\!\left[A_{j}(2) \right]\!\right]_{j=\overline{1,m}} \ldots, \left[\!\left[A_{j}(n_k-1) \right]\!\right]_{j=\overline{1,m}} \left[\!\left[A_{j}(n_k) \right]\!\right]_{j=\overline{1,m}} \right\}$$, для n-простору параметрів.

Позначення однорозмірних компоматриць точкових за параметричним напрямом W:

1) $\left[\!\left[A_T \right]\!\right]_{n} = \left[\!\left[A_k \right]\!\right]_{k=\overline{1,n}}$ – найзагальніше позначення.

2) $$\left[\!\left[A_{k} \right]\!\right]_{k=\overline{1,n}} \Rightarrow \left\{\!\left[\!\left[A_{k}\left(K_3\right) \right]\!\right]\!\right\}_{\substack{k=\overline{1,n};\\ K_3=x,y,z}} \Rightarrow \left\{ \left[\!\left[A_{k}(x) \right]\!\right]_{k=\overline{1,n}}, \left[\!\left[A_{k}(y) \right]\!\right]_{k=\overline{1,n}}, \left[\!\left[A_{k}(z) \right]\!\right]_{k=\overline{1,n}} \right\}$$, для координатного трипростору.

3) $$\left[\!\left[A_{k} \right]\!\right]_{k=\overline{1,n}} \Rightarrow \left\{\!\left[\!\left[A_{k}\left(K_n\right) \right]\!\right]\!\right\}_{\substack{k=\overline{1,n};\\ K_n=\overline{1,n_k}}} \Rightarrow \left\{ \left[\!\left[A_{k}(1) \right]\!\right]_{k=\overline{1,n}}, \left[\!\left[A_{k}(2) \right]\!\right]_{k=\overline{1,n}} \ldots, \left[\!\left[A_{k}(n_k-1) \right]\!\right]_{k=\overline{1,n}}, \left[\!\left[A_{k}(n_k) \right]\!\right]_{k=\overline{1,n}} \right\}$$, для n-простору параметрів.

Оскільки усі записи є ідентичними, то надалі, у подробицях, розглядатимемо лише перший варіант із (1) і (2).

Оскільки усі елементи компоматриць є відповідними до базисних точок каркасу ліній певного геометричного об’єкту, то операції над компоматрицями можуть здійснюватись за умови, що вони формалізують один і той самий геометричний об’єкт. Крім того, операції над компоматрицями реалізуються через операції над їхніми елементами з однаковими індексами. Отже, будь-яка числова компоматриця – $\left[\!\left[0 \right]\!\right]_{l}$, $\left[\!\left[1 \right]\!\right]_{l}$, $\left[\!\left[\lambda \right]\!\right]_{l}$ або $\left[\!\left[\lambda_i \right]\!\right]_{i=\overline{1,l}}$, (відповідно, нульова, одинична, однаково числова та різночислова) складаються лише у відповідності до існуючої точкової компоматриці $\left[\!\left[A_T \right]\!\right]_{l}$. У відповідності до сформульованих вимог, покажемо, у загальному вигляді деякі операції над компоматрицями.

1) Множення однорозмірної компоматриці точкової на різночислову компоматрицю:

$$\left[\!\left[\lambda_i \right]\!\right]_{i=\overline{1,l}} \cdot \left[\!\left[A_i \right]\!\right]_{i=\overline{1,l}} = \left[\!\left[\lambda_i \cdot A_i \right]\!\right]_{i=\overline{1,l}}. \tag{3}$$

Реалізація операції (3) через обчислювальні компоматриці для координатного трипростору:

$$\left[\!\left[\lambda_i \cdot A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l};\\ K_3=x,y,z}}(K_3)\right]\!\right] \Rightarrow \left\{\left[\!\left[\lambda_i \cdot A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}(x)\right]\!\right], \left[\!\left[\lambda_i \cdot A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}(y)\right]\!\right], \left[\!\left[\lambda_i \cdot A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}(z)\right]\!\right]\right\}. \tag{4}$$

І для n-простору параметрів:

$$\left[\!\left[\lambda_i \cdot A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l};\\ K_n=\overline{1,n_k}}}(K_n)\right]\!\right] \Rightarrow \left\{\left[\!\left[\lambda_i \cdot A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}(1)\right]\!\right], \left[\!\left[\lambda_i \cdot A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}(2)\right]\!\right], \ldots, \left[\!\left[\lambda_i \cdot A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}(n_k)\right]\!\right]\right\}. \tag{5}$$

Тут у (4) і (5) кожен з елементів множин, тобто обчислювальна компоматриця, являють собою проєкцію вихідної дискретно поданої кривої на відповідну вісь, що позначена у круглих дужках як у координатному трипросторі (4) так і у n-просторі параметрів (5).

2) Додавання однорозмірної компоматриці точкової до відповідної різночислової компоматриці:

$$\left[\!\left[\lambda_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}\right]\!\right] + \left[\!\left[A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}\right]\!\right] = \left[\!\left[\lambda_i + A_i\right]\!\right]_{i=\overline{1,l}}. \tag{6}$$

Компоматрична форма (6) являє собою лише схему, аїї реалізація здійснюється через відповідні обчислювальні компоматриці для координатного трипростору:

$$\left[\!\left[\lambda_i + A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l};\\ K_3=x,y,z}}(K_3)\right]\!\right] \Rightarrow \left\{\left[\!\left[\lambda_i + A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}(x)\right]\!\right], \left[\!\left[\lambda_i + A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}(y)\right]\!\right], \left[\!\left[\lambda_i + A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}(z)\right]\!\right]\right\}. \tag{7}$$

І для n-простору параметрів:

$$\left[\!\left[\lambda_i + A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l};\\ K_n=\overline{1,n_k}}}(K_n)\right]\!\right] \Rightarrow \left\{\left[\!\left[\lambda_i + A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}(1)\right]\!\right], \left[\!\left[\lambda_i + A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}(2)\right]\!\right], \ldots, \left[\!\left[\lambda_i + A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}(n_k)\right]\!\right]\right\}. \tag{8}$$

Тут у (7) запис $K_3 = x, y, z$ і у (8) $K_n = \overline{1, n_k}$ є загальними позначеннями осей, відповідно, координатного трипростору та n-простору параметрів. Кожна з обчислювальних компоматриць із множини (8) являє собою паралельну проєкцію дискретно поданої кривої на відповідну вісь n-простору параметрів, що позначена у круглих дужках.

3) Додавання обчислювальних компоматриць n-простору параметрів, що утворені у відповідності до компоматриці точкової, застосовується під час аналізу процесів з використанням створеної композиційної геометричної моделі реального об'єкту.

Нехай для якоїсь компоматриці точкової $\left[\!\left[A_T\right]\!\right]$ утворюється відповідна множина її обчислювальних компоматриці у n-просторі параметрів:

$$\left[\!\left[A_{\substack{T\\ l}}\right]\!\right] \Rightarrow \left\{\left[\!\left[A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l};\\ K_n=\overline{1,n_k}}}(K_n)\right]\!\right]\right\} \Rightarrow \left\{\left[\!\left[A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}(1)\right]\!\right], \ldots, \left[\!\left[A_{\substack{i\\ i=\overline{1,l}}}(n_k)\right]\!\right]\right\}. \tag{9}$$

Кожна із обчислювальних компоматриць $\left[\!\left[A_i(1)\right]\!\right], \ldots, \left[\!\left[A_i(n_k)\right]\!\right]$ із (9) окремо формалізує, у n-просторі параметрів, певну характеристику процесу, яка показує його зміни в залежності від значення параметру у базисній точці. Однак, під час проведення аналізу часто виникає необхідність визначати спільний вплив декількох параметрів – "S" із (9) на функціонування реального об'єкту. Для цього визначається перелік номерів параметрів, нехай $\{S\} = 3, 5, 11, 17, n_k$. Знаходиться сума:

$$\left[\!\left[\underset{i=\overline{1,l}}{A_i(S)} \right]\!\right] \Rightarrow \left[\!\left[\underset{i=\overline{1,l}}{A_i(3)} \right]\!\right] + \left[\!\left[\underset{i=\overline{1,l}}{A_i(5)} \right]\!\right] + \left[\!\left[\underset{i=\overline{1,l}}{A_i(11)} \right]\!\right] + \left[\!\left[\underset{i=\overline{1,l}}{A_i(17)} \right]\!\right] + \left[\!\left[\underset{i=\overline{1,l}}{A_i(n_k)} \right]\!\right] = \\ = \left[\!\left[A_i(3) + A_i(5) + \underset{i=\overline{1,l}}{A_i(11)} + A_i(17) + A_i(n_k) \right]\!\right]. \quad (10)$$

Обчислювальна компоматриця спільного впливу $\left[\!\left[A_i(S) \right]\!\right]$ із (10) надає координати спільного впливу на перебіг процесу із множини параметрів, визначених S. Цю компоматрицю обчислювальну и назвали: «інтеграційною». Таких обчислювальних інтеграційних компоматриць можна створити незлічену кількість. З їхньою допомогою можна здійснити більш глибокий аналіз перебігу процесів реального об'єкту, що сприятиме більш обґрунтованому прийняттю рішення щодо діяльності чи то його розвитку.

Висновки. У даній статті систематизовано, викладено матеріал досліджень щодо одновимірних компоматриць точкових, які формалізують дискретно подані криві лінії. Розроблено утворення однорозмірних точкових, обчислювальних, числових, інтеграційних компоматриць та їх умовні позначення для координатного трипростору і n-простору параметрів. Показано, що у композиційних геометричних моделях геометричні об'єкти задаються і моделюються у двох системах координат одночасно. У системі координат координатного трипростору створюється композиційна геометрична модель у параметричній формі, а системі координат n-простору параметрів здійснюється аналіз перебігу процесів реального об'єкту. Запропоновано спосіб утворення інтеграційних компоматриць для аналізу спільного впливу декількох параметрів на функціонування реального об'єкту.

Бібліографічний список

1. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання багатофакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук. К.: КНУБА, 2018, 512 с.
2. Верещага В.М. Композиційне геометричне моделювання: Моногафія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017, 108с.
3. Верещага В.М., Найдиш А.В., Адоньєв Є.О., Лисенко К.Ю. Основи композиційного геометричного моделювання: навчальний посібник. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 255 с.
4. Лисенко К.Ю. Теоретичні основи методів утворення композиційних ліній і поверхонь: дис…к.т.н. Київ. КНУБА, 2022. 267с.
5. Павленко О.М. Порівняльний аналіз композиційної інтерполяції з традиційними методами. Прикладна геометрія та інженерна графіка. К., 2022. Вип. 103. С. 162-174.