УДК 514.18

ЗГИНАННЯ ТОРСА, У ЯКОГО РЕБРО ЗВОРОТУ ЗАДАНЕ РІВНЯННЯМИ КРИВИНИ І КУТА ЙОГО ПІДЙОМУ

Пилипака С.Ф., професор
Хропост В.І., аспірант*
Національний університет біоресурсів і природокористування України, (Україна, м. Київ)

Анотація *– одним із способів згинання торса є деформація його ребра звороту. При цьому закономірність кривини у функції довжини дуги не змінюється, а сама деформація відбувається за рахунок зміни скруту. Однак записати параметричні рівняння торса, до яких входять натуральні рівняння кривини і скруту ребра звороту практично неможливо окрім гвинтової лінії, для якої ці параметри є сталими. Однак можна замінити натуральне рівняння скруту ребра звороту на аналогічне рівняння кута його підйому. В такому випадку можна отримати параметричні рівняння торса і керувати його згинанням, змінюючи закономірність кута підйому ребра звороту.*

Ключові слова – *натуральне рівняння, кривина, скрут, параметричні рівняння, перша квадратична форма.*

Постановка проблеми. При виготовленні деталі із листового металу потрібно мати плоску заготовку у вигляді розгортки цієї деталі. Крім того, цю заготовку потрібно деформувати у готовий виріб. Якщо деталь є відсіком розгортної поверхні (торса), то її деформація відбувається згинанням. Згинання здійснюється вздовж прямолінійних твірних торса. При цьому воно може здійснюватися одночасно по всій поверхні заготовки, або ж поступово. Аналітичний опис поверхні у вигляді параметричних рівнянь, до яких входить вираз кривини ребра звороту, дає можливість керувати згинанням, змінюючи певні параметри і залишаючи незмінною кривину ребра звороту. Таким чином, теоретичний опис згинання може служити основою для практичної реалізації виготовлення деталі із плоскої заготовки.

Аналіз останніх досліджень. Зважаючи на практичне значення згинання поверхонь, цій темі присвячено багато робіт. В праці [1] відсіки торсів-гелікоїдів використовуються як робочі поверхні котка. В праці [2] розглянуто конструювання торсів за допомогою рухомої площини. В монографії [3] показано способи конструювання торсів та побудови їх розгорток. Конструювання просторової кривої за заданим законом кута підйому розглянуто в праці [4].

*Науковий керівник – д.т.н., професор Пилипака С.Ф.

Формулювання цілей. Описати аналітично процес згинання торса зміною кута підйому його ребра звороту.

Основна частина. В праці [4] наведено параметричні рівняння просторової кривої, до яких входять залежності її кривини *k* і кута підйому *β* від довжини дуги *s*, тобто *k=k(s)* і *β=β(s)*:

$$x = \int \cos\left(\int \frac{\sqrt{k^2 - \beta'^2}}{\cos\beta} ds \right) \cos\beta \, ds ;$$

$$y = \int \sin\left(\int \frac{\sqrt{k^2 - \beta'^2}}{\cos\beta} ds \right) \cos\beta \, ds ;$$

$$z = \int \sin\beta \, ds .$$

(1)

Якщо криву (1) взяти за ребро звороту, то параметричні рівняння торса запишуться:

$$X = \int \cos\left(\int \frac{\sqrt{k^2 - \beta'^2}}{\cos\beta} ds \right) \cos\beta \, ds + u\cos\beta \cos\left(\int \frac{\sqrt{k^2 - \beta'^2}}{\cos\beta} ds \right);$$

$$Y = \int \sin\left(\int \frac{\sqrt{k^2 - \beta'^2}}{\cos\beta} ds \right) \cos\beta \, ds + u\cos\beta \sin\left(\int \frac{\sqrt{k^2 - \beta'^2}}{\cos\beta} ds \right); \qquad (2)$$

$$Z = \int \sin\beta \, ds + u \sin\beta ,$$

де *u* – друга змінна поверхні – довжина прямолінійної твірної, відлік якої починається від точки на ребрі звороту.

Перша квадратична форма поверхні [2] запишеться:

$$dS^2 = Edu^2 + 2Fduds + Gds^2 = du^2 + 2duds + \left(1 + u^2k^2\right)ds^2 . \qquad (3)$$

До квадратичної форми (3) не входить залежність *β=β(s)*. Це означає, що рівняння (6) описують згинання одного і того ж торса при будь-якій залежності *β=β(s)*.

Якщо взяти за ребро звороту гвинтову лінію із сталими значеннями *k* і *β*, то рівняння торса-гелікоїда згідно (2) запишуться:

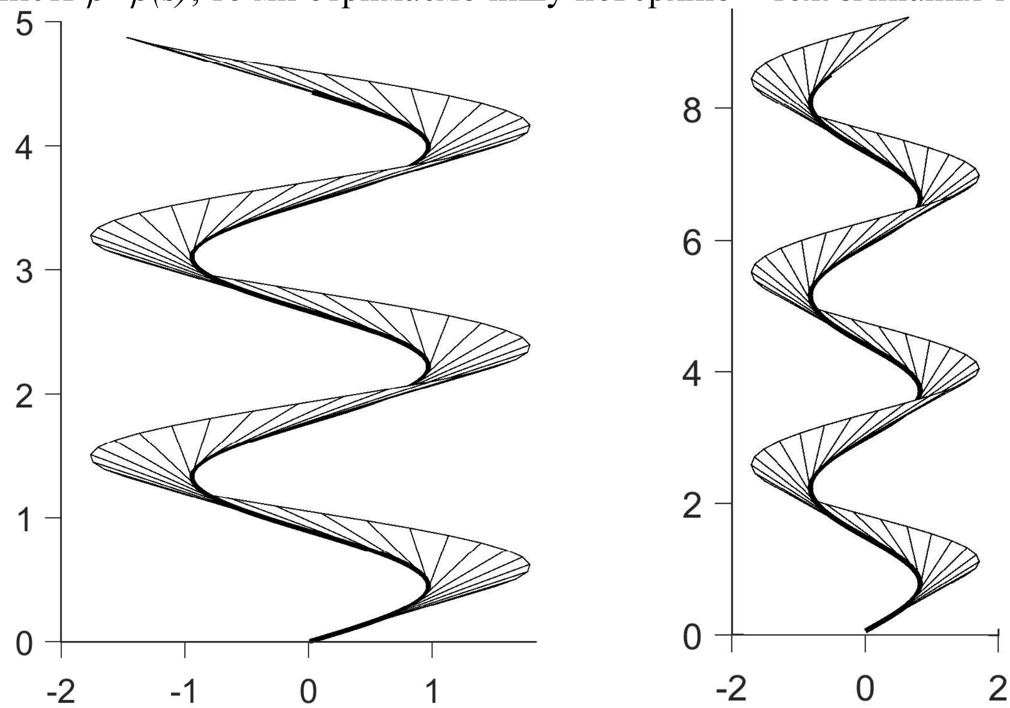
$$X = \frac{\cos\beta}{k} \sin\frac{ks}{\cos\beta} + u\cos\frac{ks}{\cos\beta};$$

$$Y = -\frac{\cos\beta}{k} \cos\frac{ks}{\cos\beta} + u\sin\frac{ks}{\cos\beta};. \qquad (4)$$

$$Z = s\sin\beta + u\sin\beta .$$

Надаючи кутові *β* різних значень, можна отримати згинання торса-гелікоїда включно із розгорткою при *β=0*. На рис. 1 за рівняннями (4) побудовані фронтальні проєкції поверхні для різних значень кута *β*.

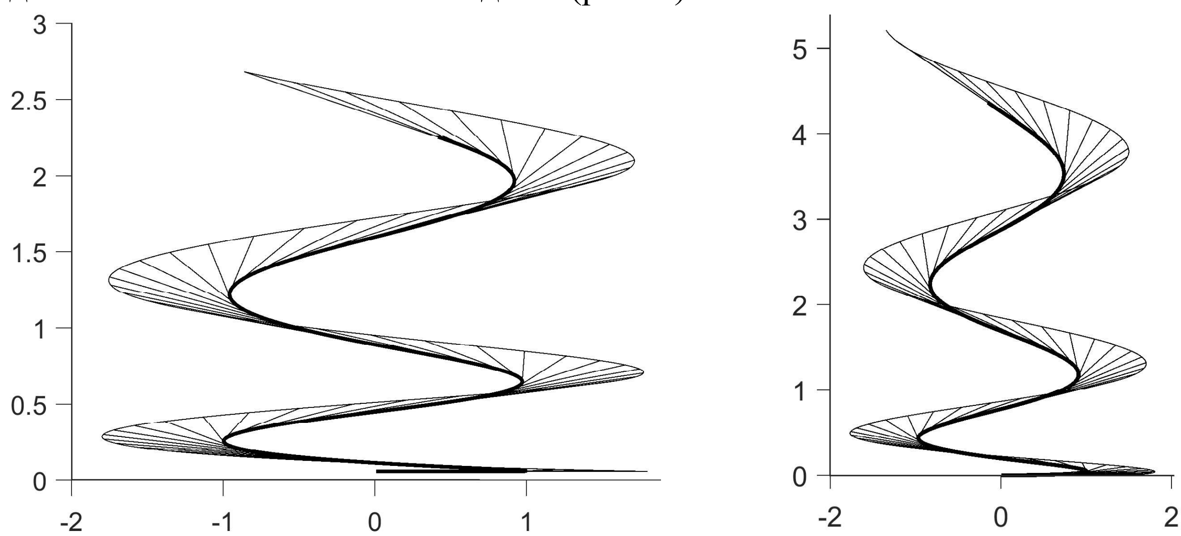
Якщо у рівняння (2) замість сталого значення кута β задати певну залежність $\beta=\beta(s)$, то ми отримаємо іншу поверхню – теж згинання торса.



а б

Рис. 1. Фронтальні проєкції згинань торсів гелікоїдів:
а) кут підйому $\beta=17°$; б) кут підйому $\beta=34°$

Наприклад, при лінійній залежності $\beta=a\cdot s$ ми отримаємо інші поверхні, на які згинається торс-гелікоїд. Щоправда, при цьому рівняння (2) не вдається проінтегрувати до кінцевого вигляду, тому побудову поверхонь здійснювали чисельними методами (рис. 2).



а б

Рис. 2. Фронтальні проєкції торсів, які згинаються один на одного, із лінійним зростанням кута підйому ребра звороту:
а) $\beta=0,02s$; б) $\beta=0,04s$

Можна задавати будь-які допустимі залежності *β=β(s)* і отримувати множину різних торсів, які згинаються один на одного, в тому числі і на торса-гелікоїда (при умові, що у всіх випадках *k=const*). Можна також отримати згинання торса із змінною кривиною *k=k(s)* ребра звороту. Не змінюючи залежності *k=k(s)* і змінюючи залежність *β=β(s)* можна отримати різні згинання. Якщо задати стале значення кута підйому (*β= const*), то можна отримати торс однакового нахилу твірних.

Висновки. Отримано параметричні рівняння згинання торса в загальному вигляді. Для їх застосування потрібно задати дві залежності ребра звороту у функції довжини дуги: його кута підйому *β=β(s)* і кривини *k=k(s)*. Обмеженням для побудови згинань торса є те, що до рівнянь входять інтеграли, які можуть бути проінтегровані для обмежених залежностей *β=β(s)* і *k=k(s)*. У решті випадків потрібно застосовувати чисельні методи інтегрування.

Бібліографічний список

1. Пилипака Т.С. Розрахунок робочих елементів котка з відсіків торса-гелікоїда: Науково-виробничий журнал «Техніка і технології АПК». – Київ, 2015. –№ 5 (68) . – С. 15 – 17.
2. Кресан Т.А., Петрик А.М. Кінематичні способи конструювання торсів із застосуванням рухомої площини: матеріали Всеукраїнської науково-практичної інтернет-конференції «Науковотехнічне співробітництво: принципи, механізми, ефективність». Зб. наук. пр., 2020. – С. 261 – 268.
3. Пилипака С.Ф., Кресан Т.А., Грищенко І.Ю. Обвідні поверхні однопараметричної множини площин: конструювання, вирізання відсіків, побудова розгорток: монографія. – Київ: ТОВ «ЦП «КОМПРИНТ»», 2017. – 304 с.
4. Parametric Equations of a Spatlal Curve as a Function of Length of the Arc with Gleven Dependences of Curvature and Angleof Ascent / Pylypaka, S., Kresan, T., Trokhaniak, O., Taras, I., Demchuk, I. // Journal for Geometry and Graphics. – Volume 25 (2021), No. 2, 163 – 170. – Режим доступу: https://www.heldermann-verlag.de/jgg/jgg25/j25h2pyly.pdf