

СПРЯЖЕННЯ КРИВИХ ДРУГОГО ПОРЯДКУ КРИВИМИ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Петріченко О.В., студент

Овсієнко Л.Г., ст. вик.

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського»

(Україна, м. Київ)

***Анотація** — у статті розглянуто деякі аспекти спряження кривих другого порядку кривими другого порядку, а саме спряження гіперболою та параболою, доведена теза про незалежність способу спряження від кривих, що спрягаються.. Розглянуто побудову у програмі AutoCAD, визначено позитивні та негативні сторони побудови спряжень за допомогою даного програмного забезпечення. Зроблені висновки щодо переваг та недоліків побудови даних спряжень засобами комп'ютерної графіки, на основі співставлення із побудовою засобами інженерної графіки.*

***Ключові слова** — крива, крива другого порядку, спряження кривою другого порядку, спряження гіперболою, спряження параболою, побудова спряження в AutoCAD.*

Постановка проблеми. В техніці широко застосовуються гладкі криві, як твірні поверхонь. Широке застосування кривих другого порядку можна пояснити відносно простою побудовою, але наразі майже нема матеріалів, що описували б побудову спряжень даних кривих методами комп'ютерної графіки, а саме в середовищі AutoCAD.

Аналіз останніх досліджень. Побудова кривих другого порядку, а також спряжень двох кривих другого порядку кривою другого порядку заснована на теоремах Паскаля та Бріаншона, докладніше про дані теореми та їх наслідки написано в книзі “Проективна геометрія” - Н.Ф. Четверухін (см. бібліографічний список). Сьогодні будь-яку побудову можна відтворити методами комп'ютерної графіки, але не знайдено ще чіткої відповіді на питання: “Як побудувати спряження кривих другого порядку кривою другого порядку в AutoCAD?”.

Формулювання цілей. Розглянути методологію спряження кривих другого порядку кривими другого порядку. Розглянути побудову даних спряжень засобами комп'ютерної графіки, а саме в середовищі AutoCAD. Визначити позитивні та негативні сторони побудови спряжень засобами комп'ютерної графіки. Підтвердити незалежність способу побудови спряження від кривих, що спрягаються.

Основна частина. В даній роботі розглядається спряження кривих другого порядку, заданих повністю, а крива, що їх спрягає, задається двома точками, дотичними та характером. Також слід додати, що алгоритм побудови залежить тільки від кривої, яка спрягає, тому при різних комбінаціях кривих буде змінюватися тільки спосіб побудови дотичних. Отже розглянемо три приклади:

Приклад 1. Спряження двох еліпсів гіперболою.

Припустимо, що задані два еліпси та дві точки дотику A та B , до яких необхідно побудувати дотичні.

Перед початком побудови приймемо дотичні — дотичними до шуканої гіперболи. Тепер проводимо дотичні до перетину в деякій точці K , далі вимірюємо відстань KA та продовжуємо дотичну t_A на відстань, що дорівнює KA , назвемо отриманий відрізок KA_1 . Тепер побудуємо паралелограм із сторонами KA_1 та KB (позначимо вершину, що лежить навпроти точки K літерою E) і проведемо лінію AO паралельно до KB . Розбиваємо відрізки KA та AO на однакову кількість частин (в даному випадку на 6) і нумеруємо точки розбиття відповідно до рис. 1. Залишається провести прямі з точки B до пронумерованих точок на відрізку KA і провести прямі з точки E через пронумеровані точки на відрізку AO до перетину з відповідним відрізком (тобто пряму, проведену через точку 1 на відрізку AO проводимо до перетину з прямою $B1$ і т.д.). Точки перетину прямих i є точками шуканої гіперболи. Отже фінальний варіант спряження буде виглядати так :

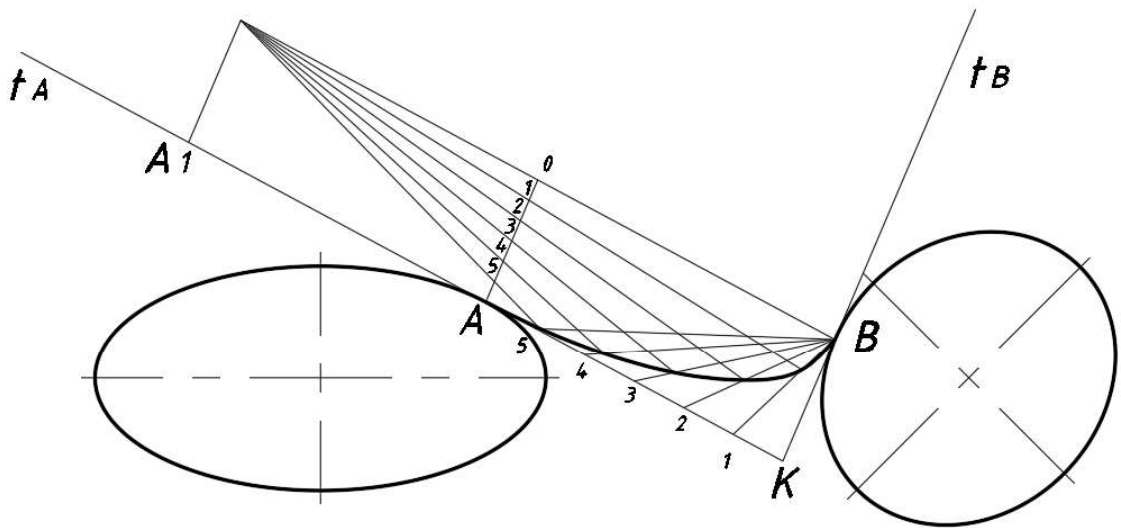


Рис.1

Як видно з рисунку, побудова виконувалася у ПЗ AutoCAD, отже треба зазначити те, що ця програма не має можливості побудувати криву другого порядку (параболу та гіперболу) абсолютно точно. Існує два способи побудови даних кривих у програмі : перший — побудувати за допомогою масиву точок, що будуть з'єднані відрізками (для цього потрібен масив з великою кількістю точок кривої), другий — побудувати криву по заданим точкам за допомогою команди “Сплайн”. Було обрано другий спосіб, тому що він дозволяє швидко побудувати криву і відобразити її характер. Також слід додати, що розбити відрізок на декілька рівних частин можна за допомогою команди “Поділити”.

Приклад 2. Спряження двох парабол параболою.

Припустимо, що задані дві ділянки парабол які повинні бути спряжені, також дані дві точки дотику A та B .

Перед початком побудови приймемо дотичні до точок A і B (t_A та t_B) за дотичні до шуканої параболі. Тепер проведемо дотичні до перетину в деякій точці K , далі сполучаємо точки A та B , тим самим отримаємо трикутник AKB , проведемо медіану з точки K , назвемо її KE , отже проведена медіана буде діаметром, спряженим з хордою AB . Тепер ділимо відрізки KA та KB на однакову кількість відрізків, припустимо ми поділили на n частин кожен відрізок, тепер нумеруємо точки розподілу від 1 до n на відріжку KA і від n до $2n$ на відріжку KB . Сполучаємо точки 1 та n , 2 та $n + 2$ і т. д. Від точок з парним номером проводимо діаметри параболі, а точки перетину цих діаметрів із проведеними раніше хордами будуть належати шуканій параболі. Отже фінальний варіант спряження буде виглядати так :

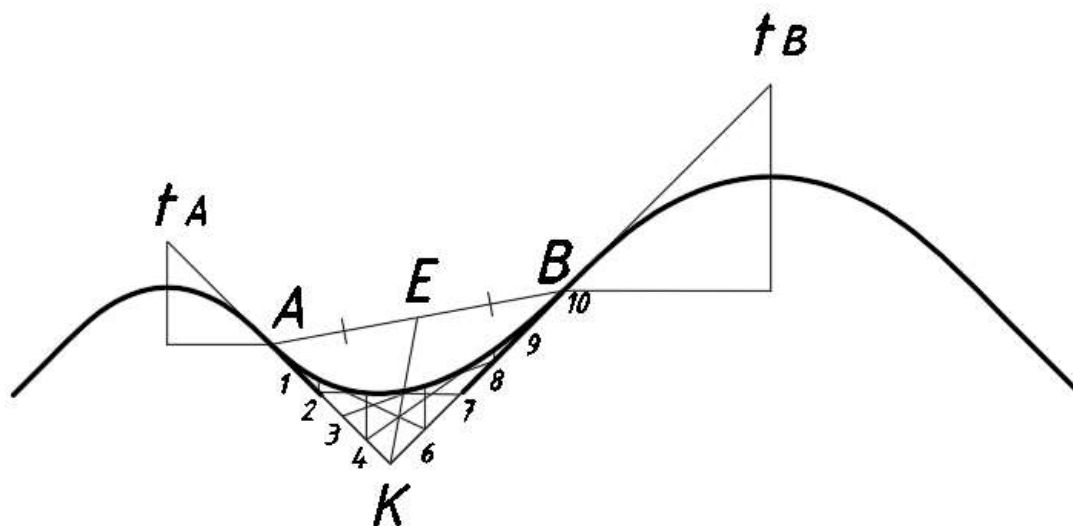


Рис.2

Приклад 3. Спряження еліпса і гіперболи гіперboloю.

Згадаємо тезу про те, що метод побудови спряження залежить тільки від кривої що спрягає, а комбінація кривих які будуть спряжені на це не впливає. Щоб довести цю думку, побудуємо спряження еліпсу та гіперболи гіперboloю. Умова залишається аналогічною, як і у попередніх прикладах, тобто : маємо еліпс та гіперболу, дві точки дотику A та B .

Побудова спряження зображена на рис. 3:

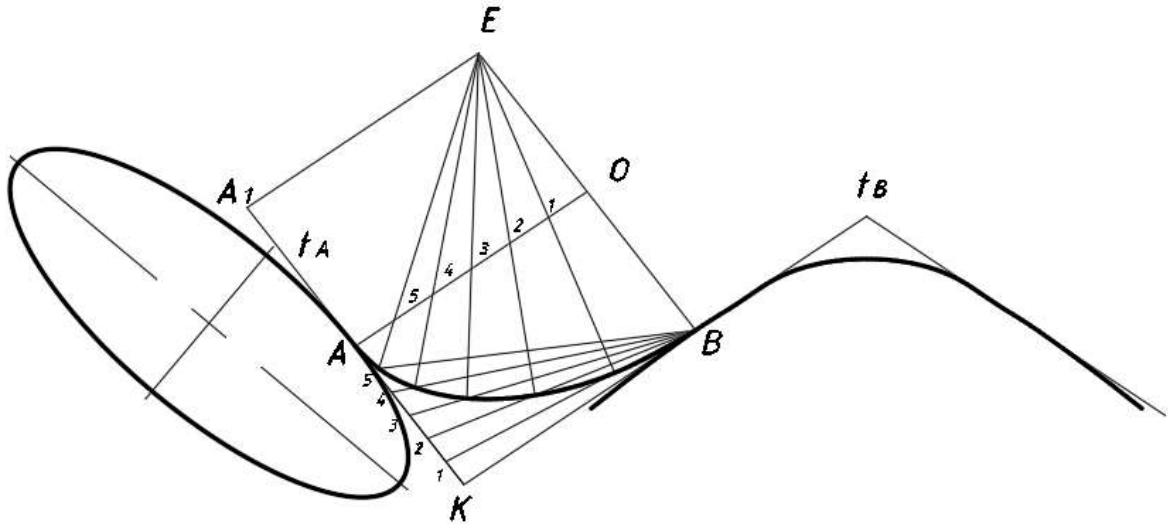


Рис.3

Порівнявши третій та перший приклади (на першому прикладі також виконувалося спряження гіперboloю), можемо сказати, що побудова спряження виконується абсолютно ідентично. Так само продовжуємо дотичну t_A на відстань AK , будуємо паралелограм за точками A_1, K, B і позначаємо точку, що лежить навпроти точки K (в даному випадку E).

Від точки A відкладаємо відрізок, паралельний до KB . Відрізки AK та AO розбиваємо на однакову кількість частин і нумеруємо. З точки E проводимо промені через точки на відрізку AO , і з точки B на AK відповідно. По утвореним перетинам одноіменних (промені проходять через точку з однаковим номером) променів проводимо гіперболу.

Отже, при виконанні роботи на папері відрізняється тільки спосіб побудови дотичних до точок дотику, але в AutoCAD навіть ця відмінність зводиться до мінімуму, через можливість використати прив'язку "Дотична".

Висновки. В даній роботі було розглянуто побудову спряжень кривих другого порядку кривою другого порядку. Було доведено незалежність способу побудови спряження від кривих, що спрягаються. Позитивною стороною побудови за допомогою ПЗ AutoCAD стала зменшена часовитратність у порівнянні з побудовою на папері, а негативним боком стала відсутність у програмі інструментів для побудови кривих другого порядку (окрім еліпса), з цього впливає відсутність абсолютної точності при побудові у згаданій вище програмі, хоча і при побудові на папері абсолютної точності досягти майже неможливо.

Бібліографічний список

1. О.С. Хмеленко. Нарисна геометрія. Теорія та приклади рішення задач. Підручник.– К.:Кондор, 2008 р. – 440 с
2. В.Є. Михайленко, В.В. Ванін, С.М. Ковальов Інженерна графіка. Львів «Новий світ», 2002, 284 с
3. Ванін В.В., Перевертун В.В., Надкернична Т.М. Комп'ютерна інженерна графіка в середовищі AUTOCAD: Навч. посібник .- К.:Каравела, 2005.-336с
4. Інженерна графіка Підручник Частина 1 Основи нарисної геометрії Ванін В. В., Перевертун В. В., Надкернична Т. М., Власюк Г. Г. - К.: Видавнича група BHV, 2009. - 400 с.: іл.
5. Офіційний форум AutoCAD. URL: <http://forums.autodesk.com/>.
6. Четверухін Н.Ф. Проективна геометрія, 1969, 370 с. URL: e-library.namdu.uz.
7. Савьолов А.А. Плоскі криві, 1960, 293 с. URL: <http://www.vixri.ru/d/Savelov A.A. - Ploskie krivye – 1960.pdf>. Е.
8. Бубенніков А.В., Громов Н.Н. Начертальна геометрія., «Вища школа», 1985, 416 . URL: cat.gpntb.ru.
9. Е. Локвуд A Book of Curves: вид. - Cambridge University Press, 1961, 210 с URL: www.aproged.pt