УДК 514.18

ОБЧИСЛЕННЯ ЗНАЧЕНЬ ТРАДИЦІЙНОЇ ПЕРШОЇ ПОХІДНОЇ СЕГМЕНТУ ТОЧКОВОГО ПОЛІНОМУ ЧЕТВЕРТОГО СТЕПЕНЯ У ПОЧАКТКОВІЙ ТОЧЦІ

Лисенко К.Ю., PhD
lyksyushka24@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3047-6352
Верещага І.В., математик, системний програміст
ivereshchaha@gmail.com
Кривенко О.В., аспірант
Гончар Т.О., магістр
taniki.gonchar@gmail.com
Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького (Україна, м. Запоріжжя)
Мелітопольська школа прикладної геометрії імені Володимира Найдиша

Анотація – *обґрунтовується необхідність створення формул для обчислення значень традиційної (Ньютона-Лейбніца) першої похідної у початковій точці A_1 сегменту плоского точкового поліному за значення параметру $t_1 = 0$. Надаються у розгорнутому вигляді та у загальній формі точкові поліноми третього степеня. Створено вирази, у розгорнутому вигляді, для обчислення традиційної першої похідної у початковій точці, відповідно, для поліномів 4-го степеня . Наголошується на труднощах створення подібних виразів у загальній формі для точкових поліномів більш високих степенів. Підкреслюється, що наявність розроблених авторами формул знаходження значення традиційної першої похідної зменшує ресурсовитратність знаходження центрів проєктування під час обчислення значень дифпроєкцій для утворення смуги дифпроєкцій. За використання смуги дифпроєкцій утворюється композиційна перша похідна. Пояснюється, що головною особливістю композиційних похідних є те, що усі складові їхніх функціональних базисів являють собою просте відношення трьох точок, тобто є інваріантами паралельного проєктування. А це, у свою чергу, надає значних переваг композиційних похідних над традиційним як у процесі моделювання, так і у процесі аналізу композиційних геометричних об'єктів. Крім того, зменшує ресурсовитратність створюваних програмних продуктів.*

Ключові слова – *точковий поліном, композиційна похідна, традиційна похідна, традиційна похідна, смуга дифпроєкцій, формули значень похідної у початковій точці.*

Постановка проблеми. Під час утворення смуги дифпроєкцій необхідно обирати центр проєктування для обчислення значень дифпроєкцій у базисних точках. Якщо центр проєктування обирати довільним чином, то за формою графік супровідної ламаної лінії буде подібним до графіка традиційної (Ньютона-Лейбніца) першої похідної, однак їх значення відрізнятимуться одне від одного на якусь константу. Щоб уникнути цього, необхідно здійснити кореляцію значень традиційної похідної і смуги дифпроєкцій. Така кореляція здійснюється, коли є будь-яке значення традиційної похідної у одній із базисних точок. На наш погляд, найпростіше обчислити значення традиційної першої похідної у початковій базисній точці вихідного сегменту точкового поліному. Ще більше спрощення обчислень досягається шляхом створення формул для точкових поліномів різних степенів, що виглядає певною актуальною проблемою, яка розв'язується у цій статті.

Аналіз останніх досліджень. Композиційна геометрія розробляється і досліджується у Мелітопольській школі прикладної геометрії імені Володимира Найдиша. Розпочиналися дослідження проф. Верещагою В.М. та його учнями у роботах [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Наразі, із застосуванням смуги дифпроєкцій [8] розробляються і досліджуються методи композиційного диференціювання. Обґрунтування необхідності розробки методів утворення композиційних похідних було надано у роботі [9]. Перші дослідження щодо утворення композиційних похідних надано у роботах [10, 11, 12]. Запропонована стаття є подальшим кроком у розробці теорії композиційних похідних для точкових поліномів. Головною особливістю композиційних похідних є те, що кожна із складових його функціонального базису являє собою просте відношення трьох точок, тобто є інваріантом паралельного проєктування.

Формулювання цілей статті. Створити формули знаходження значень традиційних перших похідних у початковій точці сегментів точкових поліномів четвертого степеня.

Основна частина. Нехай плоска дискретна крива лінія визначається п'ятьма базисними точками A_i ; $i = \overline{1,5}$. Тоді точковий поліном, який їх інтерполює, матиме, у розгорнутому записі, наступний вигляд:

$$\begin{aligned} M(t) = A_1 \frac{(t_2 - t)(t_3 - t)(t_4 - t)(t_5 - t)}{(t_2 - t_1)(t_3 - t_1)(t_4 - t_1)(t_5 - t_1)} + \\ + A_2 \frac{(t_1 - t)(t_3 - t)(t_4 - t)(t_5 - t)}{(t_1 - t_2)(t_3 - t_2)(t_4 - t_2)(t_5 - t_2)} + \\ + A_3 \frac{(t_1 - t)(t_2 - t)(t_4 - t)(t_5 - t)}{(t_1 - t_3)(t_2 - t_3)(t_4 - t_3)(t_5 - t_3)} + \\ + A_4 \frac{(t_1 - t)(t_2 - t)(t_3 - t)(t_5 - t)}{(t_1 - t_4)(t_2 - t_4)(t_3 - t_4)(t_5 - t_3)} + \\ + A_5 \frac{(t_1 - t)(t_2 - t)(t_3 - t)(t_4 - t)}{(t_1 - t_5)(t_2 - t_5)(t_3 - t_5)(t_4 - t_5)}. \end{aligned} \tag{1}$$

Або у загальному вигляді: $M(t) = A_1 \cdot p_1(t) + A_2 \cdot p_2(t) + A_3 \cdot p_3(t) + A_4 \cdot p_4(t) + A_5 \cdot p_5(t)$.

Тоді традиційна перша похідна точкового поліному (5) у початковій точці A_1, за значення параметру $t_1 = 0$, обчислюватиметься із виразу:

$$
\begin{aligned}
M'(t_1) = A_1 \frac{-t_2t_3t_4 - t_2t_3t_5 - t_2t_4t_5 - t_3t_4t_5}{t_2t_3t_4t_5} + \\
+A_2 \frac{-t_3t_4t_5}{t_2^4 + t_2^3(t_3+t_4+t_5) + t_2^2(t_3t_4+t_3t_5+t_4t_5) - t_2t_3t_4t_5} + \\
+A_3 \frac{-t_2t_4t_5}{t_3^4 + t_3^3(t_2+t_4+t_5) + t_3^2(t_2t_4+t_2t_5+t_4t_5) - t_2t_3t_4t_5} + \\
+A_4 \frac{-t_2t_3t_5}{t_4^4 + t_4^3(t_2+t_3+t_5) + t_3^2(t_2t_3+t_2t_5+t_3t_5) - t_2t_3t_4t_5} + \\
+A_5 \frac{-t_2t_3t_4}{t_5^4 + t_5^3(t_2+t_3+t_4) + t_5^2(t_2t_3+t_2t_4+t_3t_4) - t_2t_3t_4t_5}.
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

Обчислення виразу (2) надасть значення традиційної першої похідної у початковій точці A_1.

Як бачимо (2), традиційна перша похідна у початковій базисній точці A_1 для точкових поліномів з різною кількістю вихідних базисних точок, потребує обчислень за різними виразами. І нам наразі не вдалося утворити узагальнений вигляд наведених виразів.

Однак, хоча ці вирази є громіздкими, їх утворення для будь-якого степеня точкового поліному не є складним і є необхідним для кореляції центру утворення дифпроєкцій супровідної ламаної лінії дискретної кривої та першої похідної точкового полінома, який інтерполює базисні точки цієї кривої.

Висновки. Для точкових поліномів 4-го степеня утворено формули для обчислення значень традиційної (Ньютона-Лейбніца) першої похідної у початковій точці A_1 сегменту плоскої кривої лінії, значення параметру у якій дорівнює нулю – $t_1 = 0$.

Наявність таких формул спрощує, в сенсі ресурсовитрат, пошук центру утворення дифпроєкцій супровідної ламаної лінії дискретної кривої, який використовується для утворення композиційної першої похідної для точкового поліному.

Використання композиційної першої похідної замість традиційної обґрунтовується тим, що кожна складова функціонального базису композиційної похідної лишається інваріантом паралельного проєктування як і у самого точкового поліному. А це зменшує ресурсовитратність програмних реалізацій і робить методи аналізу композиційних геометричних об’єктів набагато простішими.

Бібліографічний список

1. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання багатофакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук. К.: КНУБА, 2018, 512 с.
2. Верещага В.М. Композиційне геометричне моделювання: Моногафія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017, 108с.
3. Верещага В.М., Найдиш А.В., Адоньєв Є.О., Лисенко К.Ю. Основи композиційного геометричного моделювання: навчальний посібник. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 255 с.
4. Лисенко К.Ю. Теоретичні основи методів утворення композиційних ліній і поверхонь: дис…к.т.н. Київ. КНУБА, 2022. 267с.
5. Павленко О.М. Порівняльний аналіз композиційної інтерполяції з традиційними методами. Прикладна геометрія та інженерна графіка. К., 2022. Вип. 103. С. 162-174.
6. Павленко О.М. Параметричні композиційні матриці. Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання» 30 березня 2023 р. НУБІП. Київ, 2023, с. 91-96.
7. Лисенко К.Ю. Точкові композиційні матриці. Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання» 30 березня 2023 р. НУБІП. Київ, 2023, с. 97-99.
8. Верещага В.М. О поле дифпроекций эмпирической кривой / В.М. Верещага // Начертательная геометрия и черчение» (межвузовский сборник) - Алма-Ата, 1979 - с. 63-66.
9. Верещага В.М. Про необхідність розробки методів композиційного диференціювання та композиційного інтегрування. Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання» 30 березня 2023 р. НУБІП. Київ, 2023, с. 108-110.
10. Лисенко К.Ю., Верещага В.М. Елементи композиційного диференціювання у точковій формі. Прикладна геометрія, інженерна графіка. Випуск 103. КНУБА, 2023 р. 114-122 с.
11. Муртазієв Е.Г., Верещага В.М. Узагальнений графічний аналіз кривих з використанням їхніх похідних. Прикладна геометрія та інженерна графіка. К., 2022, Вип. 103. С. 142-150.
12. Муртазієв Е.Г. Алгоритм утворення смуги дифпроєкцій та визначення композиційних похідних у базисних точках. Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання» 30 березня 2023 р. НУБІП. Київ, 2023, с. 102-105.