

АНАЛІЗ ВЛАСТИВОСТЕЙ КРИВИХ БЕЗЬЄ ДЛЯ ГЕОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ОБВОДІВ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Бідніченко О.Г., к.т.н., доцент,

helenbidnichenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0548-3481

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова
(Україна, м. Миколаїв)

Анотація – Розглянуто особливості кривих Безьє, які дають можливість використовувати їх при геометричному моделюванні обводів кривих ліній технічних об'єктів, зокрема турбомашин. Отримано вирази для першої та другої похідних кривої, які використовуються для аналізу якості змодельованих профілів.

Ключові слова – крива Безьє; геометричне моделювання; похідна; криві обводів турбомашин.

Постановка проблеми. Розглянути властивості кривих Безьє, які дають можливість використовувати такі криві для геометричного моделювання кривих ліній обводів елементів проточних частин складних технічних об'єктів. м

Аналіз останніх досліджень. Для побудови кривих складної форми часто використовуються поліноми Бернштейна, які складають математичну основу методу Безьє. В роботі [1] приведено анімацію та математичний опис кривої Безьє. Потрібно відзначити, що для можливості проведення геометричного моделювання кривих високої точності було б доцільно геометричне дослідження кривих з використанням першої та другої похідних для отримання гладкої кривої.

Деякі властивості кривих Безьє сприяли їх використанню у автоматизованих графічних системах для геометричного моделювання кривих ліній зокрема профілів елементів проточних частин турбомашин [2,3]. Тому з метою вдосконалення профілів обводів проточних частин при їх геометричному моделюванні необхідно використання математичного апарату з похідними для отримання гладкої кривої без зламів та перегинів.

Формулювання цілей. Проаналізувати властивості кривих Безьє, отримати вираз для r -ої похідної кривої, визначити значення першої та другої похідних в початковій та кінцевій точках кривої.

Основна частина. Крива Безьє визначається вершинами деякої ламаної лінії, яка в першому наближенні апроксимує криву, що проектується. Зміненням положення вершин ламаної лінії впливають на

криву і, таким чином, отримують потрібну форму кривої, що моделюється. Якщо ламану лінію задано, то вона однозначно визначає криву Безьє.

До найбільш важливих властивостей кривих Безьє відносимо:

1. Степінь n поліноміальної кривої визначається $(n+1)$ вершинами ламаної лінії.

2. У початковій і кінцевій точках криволінійного сегмента багаточлен Бернштейна приймає значення $\Phi_{0,n}(0) = \frac{n! \cdot t^0 (1-0)^{n-0}}{0! \cdot n!} = 1$ при $t=0$;

$\Phi_{n,n}(1) = \frac{n! \cdot t^n (1-1)^{n-n}}{n! \cdot 0!} = 1$ при $t=1$. Записані вирази показують, що вершини P_0 і

P_n дійсно є початковою й кінцевою точками криволінійного сегмента.

3. Для r -ої похідної у початковій і кінцевій точках справедливі вирази:

$$B^r(\bar{P}, 0) = \frac{n!}{(n-r)!} \sum_{k=0}^r (-1)^{r-k} \binom{r}{k} \bar{P}_k \quad \text{при } t=0;$$

$$B^r(\bar{P}, 1) = \frac{n!}{(n-r)!} \sum_{k=0}^r (-1)^k \binom{r}{k} \bar{P}_k \quad \text{при } t=1.$$

Використовуючи перші похідні, обчислені по наведених виразах, одержимо: $B'(\bar{P}, 0) = n \cdot (\bar{P}_1 - \bar{P}_0)$; $B'(\bar{P}, 1) = n \cdot (\bar{P}_n - \bar{P}_{n-1})$.

Як впливає із цих виразів, перші похідні кривої Безьє в початковій і кінцевій точках дорівнюють тангенсам кутів нахилу початкового й кінцевого сегментів ламаної лінії.

4. Другі похідні в початковій та кінцевій точках кривої залежать від значень координат трьох вершин ламаної відповідно на початку та у кінці лінії. Вони визначаються по виразам:

$$B''(\bar{P}, 0) = n \cdot (n-1) (\bar{P}_0 - 2\bar{P}_1 + \bar{P}_2); \quad B''(\bar{P}, 1) = n \cdot (n-1) \cdot (\bar{P}_n - 2\bar{P}_{n-1} + \bar{P}_{n-2}).$$

Слід зазначити, що використання параметричних рівнянь для опису обводів робочого колеса турбомашин дає ряд додаткових переваг і, зокрема, спрощує :

1) математичний опис кривих складної форми; 2) операції переносу, обертання, зміщення системи координат зі збереженням аналітичного виразу при переході до іншої системи координат; 3) аналітичний апарат для рішення різних геометричних задач.

Висновки. Отримані властивості кривих Безьє дають можливість використовувати їх при геометричному моделюванні будь-яких технічних об'єктів, особливо при моделюванні елементів проточних частин турбомашин.

Бібліографічний список

1. Сучасний підручник з Java Script <https://uk.javascript.info/bezier-curve>
2. Бідніченко О.Г. Геометричні особливості конструювання проточних частин відцентрових компресорів/ О.Г. Бідніченко // Наукові нотатки: міжвузівський збірник, вип. 48. – Луцьк: ЛНТУ, 2015. – С. 23-28.
3. Бідніченко О.Г. Геометричне моделювання як засіб удосконалення проточних частин турбомашин / О.Г. Бідніченко // Міжнародне наукове видання РИНЦ Science index: Збірник наукових праць SWorld, Том 9 технічні науки – вип. 4 (37), 2014. - С. 6-9.