

ІНТЕРАКТИВНІ МОДЕЛІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОЇ ГЕОМЕТРІЇ НА ПРИКЛАДІ ВИКОРИСТАННЯ ТРИГРАННИКІВ ФРЕНЕ ТА ДАРБУ

Несвідомін А.В., к.т.н.,

a.nesvidomin@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9227-4652

Національний університет біоресурсів і природокористування України,
(Україна, м. Київ)

Анотація – здійснено програмну реалізацію інтерактивної моделі в системі комп'ютерної алгебри MapleSoft визначення тригранників Френе та Дарбу для заданих кривих на поверхнях, їх застосування для формування супровідних поверхонь.

Ключові слова – тригранники Френе та Дарбу, криві на поверхні, програмування символічних обчислень, інтерактивні моделі.

Постановка проблеми. Методи диференціальної геометрії характеризуються складним диференціально-інтегральним численням у символічному вигляді та необхідністю графічної візуалізації відповідних многовидів. Тригранники Френе та Дарбу є фундаментальними поняттями диференціальної геометрії для локального аналізу кривої та поверхні. Інтерактивні моделі диференціальної геометрії дозволяють значно покращити зручність досліджень за рахунок динамічної візуалізації шуканих результатів.

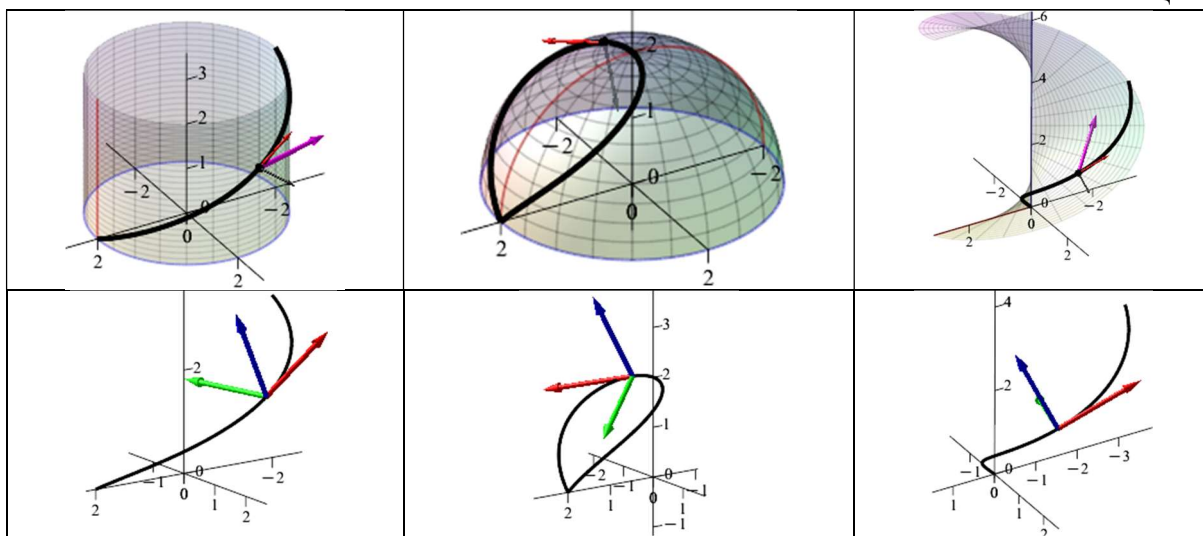
Аналіз останніх досліджень. Супровідні тригранники Френе та Дарбу [1], які рухаються вздовж кривої на поверхні, використовуються для різних задач, зокрема для моделювання руху частинки по поверхні [2].

Формулювання цілей. На прикладі тригранників Френе та Дарбу розкрити використання інтерактивних моделей в CAS MapleSoft.

Основна частина. В кожній точці просторової кривої є супровідний тригранник Френе, утворений із дотичної, головної нормалі та бінормалі (2-й рядок табл. 1). Для будь-якої кривої на поверхні є супровідний тригранник Дарбу, утворений із дотичної до кривої (яка є і дотичною до поверхні), нормалі до поверхні та ще дотичною до поверхні, яка визначається із векторного добутку нормалі поверхні і дотичної до кривої (1-й рядок табл. 1). Ці тригранники мають спільну дотичну і певний кут між двома іншими ортами. Тригранник Френе будується без врахування поверхні, на якій розташована крива і його орти повністю визначаються диференціальними характеристиками кривої. Для визначення тригранника Дарбу потрібно опрацювати частинні похідні поверхні. В таблиці 1 показано зображення окремих положень супровідних тригранників вздовж кривої за допомогою розробленої інтерактивної моделі, яка дозволяє вибрати ту чи іншу

поверхню, задати конкретну криву на ній у внутрішніх координатах на ній, варіювати їх параметрами форми.

Таблиця 1



Задаючи в супровідних тригранниках задані твірні лінії отримаємо відповідні поверхні вже на вихідній поверхні. На рис.1,а побудована трубчаста поверхня із наперед віссю, твірне коло знаходиться в нормальній площині тригранника Френе. На рис.1,б побудовані циліндричні поверхні в триграннику Дарбу в заданих точках кривої на поверхні. Звернемо увагу, що в обох випадках отримуємо параметричні рівняння поверхонь, які можуть бути використані для їх подальших досліджень.

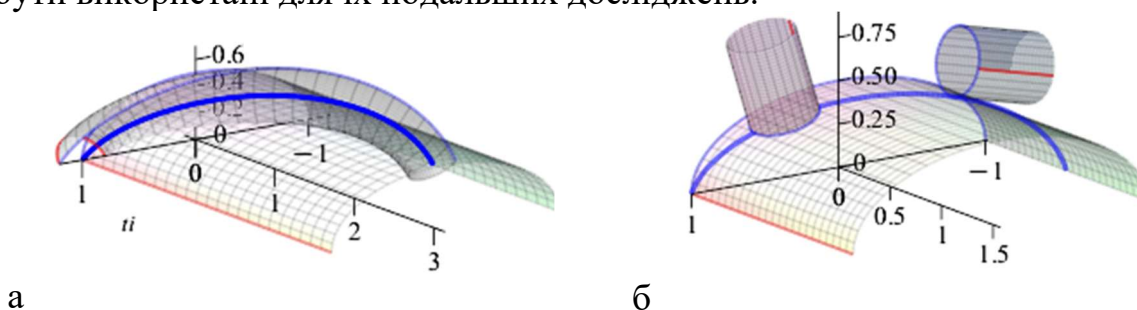


Рис.1. Побудова поверхонь в заданих точках іншої поверхні

Висновки. Розроблені інтерактивні моделі в MapleSoft дозволяють ефективно здійснити аналіз кривих і поверхонь за допомогою тригранників Френе та Дарбу, виконуючи складні аналітичні обчислення і візуалізацію.

Бібліографічний список

1. Thomas Banchoff, Stephen Lovett. Differential Geometry of Curves and Surfaces. A.K.Peters, Ltd. Natic. Massachusetts. 210. 356 p.
2. Pylypaka S. The possibility to apply the Frenet trihedron and formulas for the complex movement of a point on a plane with the predefined plane displacement / S.Pylypaka, T. Volina, V.Nesvidomin, A.Pavlov, S.Dranovska // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2021, 3 (7-111), pp. 45–50. - Режим доступу: <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/232446/234604>.