УДК 515.2

РІЗНІ ВАРІАНТИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ПІДВИЩЕНОЇ СКЛАДНОСТІ З КУРСУ НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Мерещенко Д.Д., студент НН ІАТ
Овсієнко Л.Г., ст. викл.,
ovsienko.forstudents@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4614-9498
Мирошніченко Д. О., студентка
myroshnichenkodarynaal31@gmail.com
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського» (Україна, м. Київ)

***Анотація** – у статті наведено спостереження багатьох років за головними тенденціями розвитку курсу нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки та до зміни часу, що ним приділяється. Запропоновано один із методів підвищення мотивації студентів до вивчення цих дисциплін. Розглянуто складну задачу з нарисної геометрії, яка потребує високого рівня знань та вмінь для її розв'язування. Запропоновано детальне покрокове розв'язання цієї задачі, що включає всі необхідні теоретичні та практичні аспекти. Крім того, у статті запропоновано новий, нестандартний підхід до розв'язування подібних задач, який може бути корисним як для студентів, так і для викладачів.*

***Ключові слова -** нарисна геометрія, точка, пряма, площина проєкцій, метод заміни площин проєкцій, проєкціююча площина, натуральна величина, катет, перпендикулярність, перетворення.*

Постановка проблеми. Курс нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки відноситься до фундаментальних дисциплін, без яких стає неможливим підготовка кваліфікованого інженера. Проте, в останні роки бурхливий розвиток комп'ютерних технологій та дистанційний формат навчання знизили зацікавленість студентів у вивченні курсу нарисної геометрії, що є перепоною й у розвитку творчого мислення майбутній інженерів та конструкторів.

Аналіз останніх досліджень. З кожним роком зменшується кількість академічних годин, виділених на вивчення курсу нарисної геометрії, що негативно впливає на обсяг практичних завдань. Відповідно, скорочується і час для пояснень викладача, необхідний для формування у студентів творчого підходу до кожної геометричної задачі та алгоритму їх розв'язання.

Одним із ефективних способів зацікавити студентів і підвищити їх мотивацію до вивчення курсу нарисної геометрії є участь у студентських олімпіадах. В Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» щороку проводяться олімпіади з нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки. Окрім участі в олімпіаді, важливою складовою є підготовка до неї. Для цього в університеті створюються гуртки, проводяться консультації, на які запрошуються всі бажаючі. Студенти додатково практикуються в розв'язуванні задач, знаходженні власних творчих методів та алгоритмів їх розв'язання.

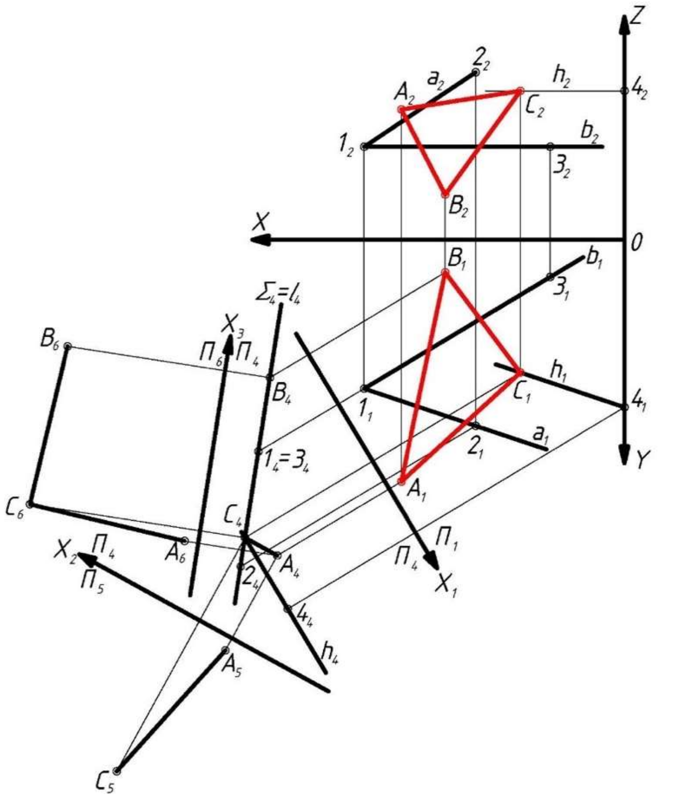
Під час підготовки розглядаються задачі вищого рівня складності, вивчається просторове моделювання. Студенти навчаються знаходити найраціональніші методи розв’язування задач та геометрично втілювати їх. Такий підхід полегшує сприйняття студентами нового предмету, вивчення якого на початку курсу у багатьох викликає труднощі, і водночас зацікавлює та мотивує їх вивчати ці фундаментальні дисципліни.

Формулювання цілей. В умовах зменшення уваги, що приділяється курсу нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки, щоб зацікавити студентів та стимулювати їх вивчати ці дисципліни, в якості підготовки до студентської олімпіади пропонується задача вищого рівня складності. При цьому використовуються не лише класичний метод, але й нестандартний підхід до її розв’язування.

Основна частина. Сформулюємо задачу:

Дано: Площина $\sum(a \cap b)$, горизонталь h і точка A, де A(60,65,35), 1(70,40,25), 2(40,50,45), 3(20,10,25), 4(0,45,40). $h_1 \parallel a_1$. Побудувати прямокутний рівнобедрений трикутник ABC з вершиною прямого кута C, що належить h і катетом BC у площині $\sum$.

Почнемо з класичного методу розв’язання (рис. 1). Розглянемо алгоритм розв’язування задачі, а далі - детальний опис кожного кроку.



Алгоритм.

1. $h \cap \sum$
2. $AC = A \cap C$
3. $\theta \square AC, \theta \supset C$
4. $l = \theta \cap \sum$
5. $BC = AC, B \in l$
6. $AB = A \cup B$
   $BC = B \cup C$

Рис. 1. Кресленик та алгоритм класичного варіанту розв’язання задачі

Порядок розв’язування задачі.

1) Накреслимо умову.

2) Перетворимо площину $\sum(a \cap b)$ в проєкціювальну, для цього зробимо наступне перетворення: $\frac{\Pi_1}{\Pi_2}X \to \frac{\Pi_1}{\Pi_4}X_1,\ X_1$□$b_1$, в площині Π_4 площина $\sum$ спроєкціювалася в пряму ($\sum_4 \equiv l_4$).

Як відомо з умови, точка C одночасно належить і горизонталі h, і катету BC, що лежить в площині $\sum$. Отже, звідси слідує очевидний висновок: точка C_4 буде точкою перетину l_4 та h_4.

3) З’єднаємо точки A_4 та C_4, отримуючи проєкцію катета AC на площині Π_4.

4) Отримаємо натуральну величину катета AC. Для цього зробимо наступне перетворення: $\frac{\Pi_1}{\Pi_4}X_1 \to \frac{\Pi_4}{\Pi_5}X_2,\ X_2 \| A_4C_4$, у площині Π_5 отримуємо натуральну величину катета AC (AC = A_5C_5).

5) Тепер залишилось знайти точку B. Ми знаємо натуральну величину катета BC (BC=AC, так як трикутник ABC – рівнобедрений). Крім цього, ми знаємо взаємне розташування катетів BC та AC (BC□AC).

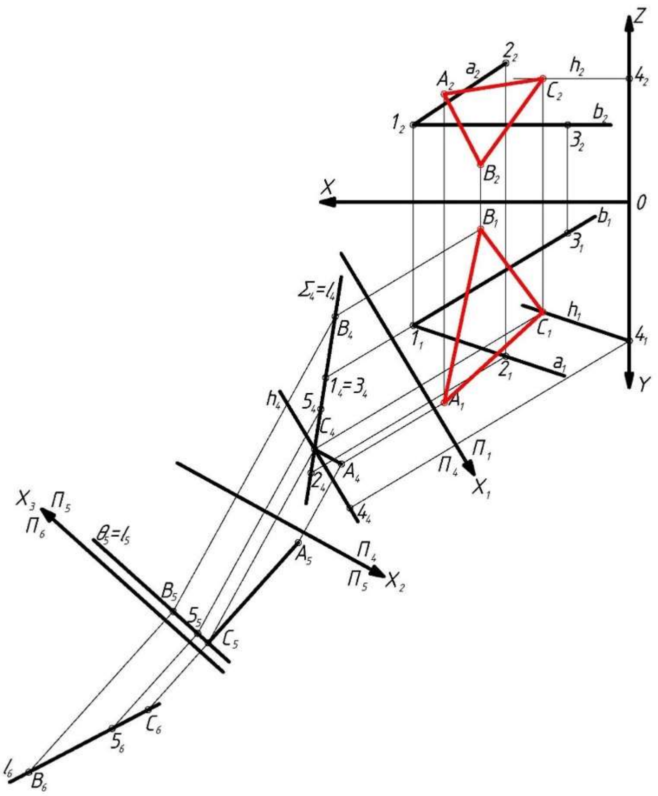
Тобто, для знаходження точки B, нам потрібно зробити перетворення, в ході якого катет BC ми побачимо в натуральну величину, а також збережеться перпендикулярність проєкцій катетів AC та BC.

Ми знаємо, що катет BC лежить у площині $\sum$, яка спроєкціювалася в пряму на площині Π_4 ($\sum_4 = l_4$), тобто $B_4C_4 \subset l_4$. І до того ж, нам відомо, що катет AC, як і катет BC належить площині трикутника, отже в площині проєкцій, де ми бачимо катет BC в натуральну величину, обов’язково зберігатиметься перпендикулярність проєкцій катетів BC та AC.

Тож достатньо зробити перетворення $\frac{\Pi_1}{\Pi_4}X_1 \to \frac{\Pi_4}{\Pi_6}X_3,\ X_3 \| l_4$, спроєкціювати на площину Π_6 катет AC, провести перпендикуляр до нього в точці C_6 та відкласти від точки C_6 відрізок C_6B_6 довжиною AC, що належить перпендикуляру до A_5C_5 ($|C_6B_6| = |AC|, C_6B_6$□A_6C_6).

6) Отримавши проєкції всіх вершин трикутника ABC, можемо, за правилами зміни площин проєкцій, перенести їх на площини Π_1 та Π_2. Таким чином отримаємо трикутники $A_1B_1C_1$ та $A_2B_2C_2$, які є проєкціями трикутника ABC на площини Π_1 та Π_2, відповідно. Це і буде розв’язком.

В процесі роботи студентом було запропоновано інший нетрадиційний варіант розв’язання (рис. 2). Як і в попередньому випадку, розглянемо алгоритм розв’язування задачі, а далі - детальний опис кожного кроку.



Алгоритм.

1. $h \cap \sum$
2. $AC = A \cap C$
3. θ□$AC, \theta \supset C$
4. $l = \theta \cap \sum$
5. $BC = AC, B \in l$
6. $AB = A \cup B$
   $BC = B \cup C$

Рис. 2. Кресленик та алгоритм нетрадиційного варіанту розв'язання задачі

Порядок розв'язування задачі.

1) Накреслимо умову.

2) Перетворимо площину $\sum(a \cap b)$ в проєкціювальну, для цього зробимо наступне перетворення: $\frac{\Pi_1}{\Pi_2}X \to \frac{\Pi_1}{\Pi_4}X_1,\ X_1$□$b_1$, в площині Π_4 площина $\sum$ спроєкціювалася в пряму ($\sum_4 = l_4$). Як відомо з умови, точка C одночасно належить і горизонталі h, і катету BC, що лежить в площині $\sum$. Отже, звідси слідує очевидний висновок: Точка C_4 буде точкою перетину l_4 та h_4.

3) З'єднаємо точки A_4 та C_4, отримуючи проєкцію катета AC на площині Π_4.

4) Отримаємо натуральну величину катета AC. Для цього зробимо наступне перетворення: $\frac{\Pi_1}{\Pi_4}X_1 \to \frac{\Pi_4}{\Pi_5}X_2,\ X_2 \| A_4C_4$, у площині Π_5 отримуємо натуральну величину катета AC ($AC = A_5C_5$).

5) Нам відомо, що катет BC лежить в площині $\sum$, а також відомо, що катет BC належить прямій, перпендикулярній до катета AC. Такою є пряма l, що є перетином площини $\sum$ та площини θ□AC.

6) Оскільки на площині проєкцій Π_5 ми бачимо катет AC в натуральну величину ($\Pi_5 \| A_4C_4$), зберігається перпендикулярність катета AC з прямою l та площиною θ. А отже площина θ на Π_5 проєкціюється в пряму, що співпадає з проєкцією

прямої l (l_5) ($\theta_5 \equiv l_5$). Для того, щоб побудувати l_5, потрібно просто відкласти пряму, перпендикулярну до A_5C_5 через точку C_5.

7) Для спрощення наступних побудов, на прямій l_5 виберемо довільну точку 5_5 і побудуємо її проєкцію на площині $П_4$, що буде перетином перпендикуляру до X_2, проведеного з точки 5_5 та прямої l_4.

8) Для того, щоб знайти точку В, нам потрібно зробити перетворення, що дозволить побачити катет ВС в натуральну величину, яка нам вже відома (АС = ВС). Ми також знаємо, що точка В належить прямій l ($B \in l$). Тож зробимо наступне перетворення: $\frac{П_4}{П_5} X_2 \rightarrow \frac{П_5}{П_6} X_3,\ X_3 \| l_5$, знайдемо проєкцію точки С (C_6) та точки 5 (5_6), а з'єднавши їх - проєкцію прямої l (l_6). Вздовж проєкції прямої l (l_6) від проєкції точки С (C_6) відкладемо відрізок довжиною натуральної величини катета АС ($|C_6B_6| = |AC|$), кінцем відрізка і буде проекція точки В (B_6).

9) Отримавши проєкції всіх вершин трикутника АВС, можемо, за правилами зміни площин проєкцій, перенести їх на площини $П_1$ та $П_2$. Таким чином отримаємо трикутники $A_1B_1C_1$ та $A_2B_2C_2$, які є проєкціями трикутника АВС на площини $П_1$ та $П_2$, відповідно. Це і буде розв'язком.

Висновки. Для розв'язування продемонстрованих задач необхідно володіти глибокими знаннями та практичними навичками у сфері нарисної геометрії. Вивчення методів розв'язування таких задач сприятиме поглибленню знань студентів з даного курсу, а також розвитку їхнього просторового та аналітичного мислення. Розгляд подібних завдань є відмінною підготовкою до олімпіад і слугує ефективним засобом для зацікавлення студентів у вивченні цієї дисципліни.

Бібліографічний список

1. Ванін В.В. Навчальні завдання з нарисної геометрії та інженерної графіки/ Ванін В.В., Білецька Н.В., Гетьман О.Г., Міхлевська Н.В.// Нарисна геометрія та інженерна графіка. Навчальні завдання для програмованого навчання. Навчальний посібник для студентів немеханічних спеціальностей. Київ: НТУУ «КПІ», 2018. 64 с.
2. Біліцька Н. В. Олімпіада як спосіб підвищення зацікавленості студентів при вивченні курсу нарисної геометрії. / Н. В. Біліцька, Г.М. Коваль, М. М. Бережнюк - Матеріали VI-ї Всеукраїнської науковопрактичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених "Прикладна геометрія, дизайн, об'єкти інтелектуальної власності та інноваційна діяльність студентів та молодих вчених". Вип.6. Київ:ДІЯ, 2017. с.41-45.
3. Розв'язування задач підвищеної складності з нарисної геометрії: навч. посіб./ Крівцов В.В., Козяр М.М., Полінчук А.Е. Київ: Гельветика, 2019. 224 с.
4. Нарисна геометрія (теорія та приклади рішення задач): підручник/ Хмеленко О.С. Київ: Кондор. 2008. 440 с.
5. Теоретичні основи розв'язування задач з нарисної геометрії: навч. посіб./ Крівцов В.В., Науменко Ю.В. Рівне: НУВГП, 2013. 267 с.