УДК 514.18

КОМПОЗИЦІЙНА ГЕОМЕТРІЯ. ВИЗНАЧЕННЯ

Верещага В.М., д.т.н., професор,
vervik1949@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0038-8300
Адоньєв Є.О., д.т.н., доцент
evgen.adoniev@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1279-4138
Муртазієв Е.Г., к.пед.н., доцент
ernest_gaf@ukr.net, ORCID: 0000-0002-2154-5523
Лисенко К.Ю., PhD
lyksyushka24@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3047-6352
Верещага І.В., системний програміст
ivereshchaha@gmail.com
Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького (Україна, м. Запоріжжя)
Мелітопольська школа прикладної геометрії імені Володимира Найдиша

Анотація. *Вперше надано визначення композиційної геометрії, у якому вказується, що будь-який геометричний об'єкт в ній, розглядається як композиція точок. Наголошується, що точкові рівняння утворюються відносно базисних точок об'єкта, тобто вони є безвідносними щодо системи координат. Крім того, надаються пояснення щодо індиферентності компооб'єктів стосовно розмірності координатного простору. Показано, що функціональний базис створюється індивідуально для кожного компооб'єкту, виходячи з його розмірів і кожний елемент функціонального базису є інваріантом паралельного проєктування. Йдеться про те, що будь-які проєкції паралельного проєктування утворюються через проєктування на осі системи координат. Показано, що будь-яка композиційна точка (компоточка) може описуватися точковими поліномом n-го степеня. Вперше надається метод утворення рівняння геометричного тіла довільної форми у вигляді трипараметричного точкового поліному, який детермінує точки компотіла як на його поверхні, так і всередині нього. Вказується, що в компогеометрії розроблено теорію композиційних матриць для формалізації компооб'єктів і узагальненого розв'язання задач з ними. Показано, що методом композиційної геометрії є метод відношень, тобто для кожного об'єкту розглядаються не розміри, а відношення розмірів, що вибудовуються за певними правилами.*

Ключові слова. *Композиційна геометрія, композиційні матриці, точковий поліном однопараметричний, точковий поліном двопараметричний, точковий поліном трипараметричний.*

Постановка проблеми. Композиційна геометрія, що розглядатиметься у цій статті, являє собою потужний інструментарій для опису та дослідження процесів з великими базами даних у *n*-вимірному просторі. Однак у ці скрутні часи її розповсюдження сповільнилося. Для пошуку нових напрямів досліджень із застосуванням композиційної геометрії маємо розповсюджувати інформацію про її можливості. Отже, наразі є актуальною проблема популяризації можливостей методів композиційної геометрії, яка частково вирішується і у цій статті.

Аналіз останніх досліджень. Першою роботою [1], в якій йдеться про композиційне геометричне моделювання була монографія професора Верещаги В.М. Більш ґрунтовні дослідження композиційного методу геометричного моделювання багатофакторних систем були виконані Євгеном Адоньєвим [2]. Подальший розвиток теоретичних методів утворення композиційних ліній і поверхонь дістали в дисертаційній роботі Ксенії Лисенко [3]. Сучасні питання композиційної геометрії та напрями подальшого її розвитку розглянуті у роботах [4, 5, 6] та інших.

Формулювання цілей статті. З метою розширення застосування композиційної геометрії надати її визначення, сформулювати основний метод та анотаційно викласти коло питань, які можуть розв’язуватися із використанням її методів.

Основна частина. Розробка методів композиційної геометрії розпочалося у 2015 році з досліджень Євгена Адоньєва. Однак її визначення вперше надаємо лише зараз у цій статті.

Композиційна геометрія – це синтетична геометрія, у якій параметричні рівняння об ’єктів (точок, ліній, поверхонь, геометричних тіл) утворюються на основі функціональних базисів, складові яких є інваріантами паралельного проєктування, а їхня сума дорівнює одиниці, при цьому, параметризуються елементи цих базисів враховуючи відстані між точками об’єкта, що являють собою його вихідну геометричну композицію.

Надамо пояснення щодо наведеного визначення. Будь-який об’єкт у композиційній геометрії розглядається як композиція базисних точок, відносно яких здійснюється його параметризації та створюються неперервні множини точок у вигляді параметричних функцій вихідних базисних точок цього об’єкту. Параметричні функції відносно вихідних базисних точок об’єктів названо нами – точкові рівняння. Отже, точкові рівняння є безвідносними щодо будь-якої системи координат, вони утворюються відносно базисних точок. Більше того, і розв’язки метричних та позиційних задач у композиційній геометрії здійснюється між об’єктами без використання системи координат, тобто у синтетичний спосіб. Це

докорінно вирізняє її від методів аналітичної геометрії, яка, для розв'язання будь-якої задачі, має попередньо довільним чином обрати систему координат, відносно якої і здійснити розв'язок.

Таким чином, розв'язки у композиційній геометрії здійснюються безпосередньо між об'єктами відносно їхніх базисних точок. Однак, для оцифровування здобутого розв'язку, відносно нього довільним чином обирається система декартових координат серед безлічі можливих. В результаті числові значення координат розв'язку відносно різних систем координат будуть різними, однак розв'язок задачі між об'єктами буде один і той самий.

Крім того, у композиційній геометрії усі об'єкти є індиферентними щодо розмірності простору, у якому розв'язуються задача. Оскільки композиційні математичні моделі об'єктів створюються у точковій формі як сума добутків точок на відповідні характеристичні функції і, при цьому, взагалі не йдеться про координати, то розмірність простору в процесі розв'язання задачі залишається поза увагою. У точковій формі, яка є загальною для будь-якого розміру простору, розв'язок матиме один і той самий запис. Через те, що складові функціонального базису композиційного об'єкту є інваріантами паралельного проєктування, – розв'язок між об'єктами у просторі проєктується на усі його осі координат без зміни записів складових функціонального базису. Тобто у проєкціях розв'язку на осі, змінюються лише значення відповідних координат, а записи параметричних характеристичних функцій на всіх осях є однаковими і не піддаються перетворенням. Виходячи із сказаного, немає значення розмірність простору чи то він одно-, чи то дво-, чи то три-, чи то n-розмірний, записи характеристичних функцій функціонального базису на усіх осях, що визначають простір, буде один і той самий. Тобто, характеристичні функції не підлягатимуть перетворенням. Змінюватимуться лише значення координат для відповідних осей координат.

Зауважимо, у композиційній геометрії, для знаходження будь-яких проєкцій, є обов'язковим проєктування розв'язків на усі осі координат простору, в якому знаходиться об'єкт. У подальшому, об'єднуючи у сукупності необхідні проєкції на осі, діставатимемо розв'язки у параметричній формі на поверхнях, гіперповерхнях, просторах, гіперпросторах. Таким чином, для будь-яких об'єктів у композиційному n-просторі можна утворювати проєкції однорозмірні, дворозмірні, трирозмірні, і так далі до $(n-1)$-розмірні.

Будь-які точки композиційних об'єктів як базисні так і поточні містять кількість координат, що відповідає розмірності простору, в якому знаходиться об'єкт. Зауважимо, що афінний простір будь-якої розмірності вважається композиційним простором, коли в ньому розглядаються композиційні об'єкти.

Будь-яка композиційна точка у композиційному n-просторі може описуватися точковим поліномом степеня $(k-1)$. Для цього необхідно цю точку розглядати як k-кратну, тобто таку, в якій збігається k точок композиційного n-простору. При цьому, k-кратна точка (тобто, кожна з них) матиме n координат. Ставлення до k-кратної точки має бути як до лінії, що подана супровідною ламаною лінією, ланки якої дорівнюють нулю.

У композиційних геометрії дискретні лінії подаються базисними точками, які в найбільшій мірі описують її форму. Ці базисні точки з'єднуються відтинками прямих і утворюють супровідну ламану лінію, уздовж ланок якої здійснюється її параметризація однопариметричним точковим поліномом.

Дискретні поверхні довільної форми неперервно описуються двопараметричним точковим поліномом, що утворюється на основі каркасу неперервних композиційних ліній, організованих за двома параметричними напрямами.

Реальні тіла довільної форми наразі визначаються сукупністю нерівностей, які обмежують частину простору відносно певної системи координат. І навпаки, методи композиційної геометрії, чи не вперше в математиці, дозволяють задавати рівняння геометричного тіла, яке визначає точки як на поверхні так і всередині тіла. При цьому, трипараметричне рівняння геометричного тіла довільної форми є безвідносним щодо системи координат. Воно утворюється відносно базисних точок тіла, які організовані за трьома параметричними напрямами у вигляді трьох каркасів дискретних ліній, які подаються відповідними точковими рядами. При цьому, через кожну точку геометричного тіла проходять лінії трьох каркасів.

Чи не найголовнішою особливістю композиційної геометрії є створення і розробка теорії композиційних матриць, які докорінно відрізняються від існуючих в математиці матриць.

Існуючі матриці призначені для обслуговування алгебраїчних методів, а композиційні матриці – для аналітичної формалізації геометричних фігур і узагальненого розв'язку метричних та позиційних задач методами композиційної геометрії.

У чому полягає різниця між алгебраїчними методами і методами композиційної геометрії? У композиційній геометрії рівняння складаються відносно базисних точок геометричних об'єктів і розв'язки здійснюються безвідносно систем координат, а існуючі в геометріяї застосовують аналітичні методи розв'язання задач, починаючи з обрання системи координат. У композиційній геометрії також використовуються системи координат але їх призначення полягає не для розв'язку задач, а для обчислення уже отриманого розв'язку відносно базисних точок.

Отже, для кожного композиційного об'єкту утворюються три види компоматриць – точкові, обчислювальні (координатні) та параметричні.

Точкова компоматриця складається одна для об’єкта, при цьому, кількість елементів у ній завжди дорівнює кількості базисних точок об’єкта.

Координатних обчислювальних) компоматриць не може бути більше ніж є розмірність простору, в якому розглядається геометричний об’єкт.

Параметрична компоматриця знаходиться у повній відповідності з точковою компоматрицею. Особливістю параметричної компоматриці є те, що всі її елементи є інваріантами паралельного проєктування. Виходячи з усього сказаного наголошуємо, що методом композиційної геометрії є метод відношень між розмірами об’єкта. Тобто розміри об’єкта необхідні для обчислення відношень для нього, а потім встановлення відношення застосовується для розв’язання задач за участю цього об’єкта.

Висновки. Надано визначення композиційної геометрії та сформульованої її основний метод. Анатоційно викладено усі її наразі методи і можливості, що дозволить дійти більшого розуміння можливостей композиційної геометрії.

Висловлюємо подяку професору Вірченку Г.А, за його прискіпливої уваги до наших досліджень значного підвищилась якість викладення композиційної геометрії.

Вдячні професорці Шмельовій Т.Ф. та професору Ковальову Ю.М., поради яких спрямували дослідження в бік штучного інтелекту. Наразі результати вражаючі.

Поради професора Ваніна В.В. схилили до необхідності досліджень щодо диференціальної композиційної геометрії. Уже почали. Дуже цікаво!

Бібліографічний список

1. Верещага В.М. Композиційне геометричне моделювання: Монографія. Мелітополь. ФОП Однорог Т.В., 2017. 108 с.
2. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання багатофакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук. Київ. КНУБА, 2018. 512 с.
3. Лисенко К.Ю. Теоретичні основи методів утворення композиційних ліній і поверхонь: дис…к.т.н. Київ. КНУБА, 2022. 267с.
4. Лисенко К.Ю., Верещага В.М. Елементи композиційного диференціювання у точковій формі. Прикладна геометрія, інженерна графіка. Випуск 103. КНУБА, 2023. С. 114–122.
5. Муртазієв Е.Г., Верещага В.М. Узагальнений графічний аналіз кривих з використанням їхніх похідних. Прикладна геометрія та інженерна графіка. Київ, 2022. Вип. 103. С. 142–150.
6. Павленко О.М. Порівняльний аналіз композиційної інтерполяції з традиційними методами. Прикладна геометрія та інженерна графіка. Київ, 2022. Вип. 103. С. 162–174.