

## ОКРЕМІ ПИТАННЯ КОМПОЗИЦІЙНОЇ ГЕОМЕТРІЇ (ТЕЗИСНО)

Муртазієв Е.Г., к.пед.н.,

ernest\_gaf@ukr.net, ORCID: 0000-0002-2154-5523

Адоньєв Є.О., д.т.н.,

evgen.adoniev@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1279-4138

Лисенко К.Ю., PhD,

Lysenko\_Kseniya@mospu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3047-6352

Спірінцев Д.В., к.т.н.,

spirintsev@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5728-6626

Верещага В.М., д.т.н.,

vervik1949@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0038-8300

Золотарьов П.Р., здобувач,

p.zolotarov@gmail.com

Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького (м. Запоріжжя, Україна)

***Анотація.** Сформульовані відмінності між традиційними і композиційними матрицями. Показано, що перші утворюються відносно системи координат, другі – відносно вихідних базисних точок геометричної фігури. Наголошується, заміна будь-якої (декількох) точки не призводить до необхідності змінювати точкове рівняння, воно лишається без змін. У цьому випадку змінюються лише вихідні дані для обчислень. Точкові поліноми містять характеристичні функції, які створюються в параметричній формі та являють собою прості відношення трьох точок, тобто є інваріантами паралельного проектування. Завдяки цьому їх вирази не потребують перетворень через заміну системи координат, а значення в обидвох системах координат є однаковими.*

***Ключові слова.** Точкові поліноми, характеристичні функції, множення композиційних матриць.*

**Постановка проблеми.** У попередніх публікаціях щодо композиційного геометричного моделювання кожне з його положень розглядалося окремо від решти інших питань, що не давало цілісної картини і повного уявлення про можливість композиційної геометрії. Виникла проблема у необхідності розглянути разом основні положення композиційного моделювання геометричних об'єктів, щоб дістати уявлення в цілому щодо можливостей композиційної геометрії та необхідності її розробки.

**Аналіз останніх досліджень.** В роботах [1, 2, 3] починалися перші дослідження композиційного геометричного моделювання. Його продовження дістало подальший розвиток у роботах [4, 5, 6, 7]. Аналітичний спосіб, в точковій формі графічного диференціювання плоскої кривої лінії було запропоновано і

розглянуто у роботі [8]. Однак в цих роботах не відслідковувалося загальної картини щодо можливостей методу композиційного моделювання в цілому.

**Формулювання цілей статті.** Узагальнити тезисно можливості методу композиційного моделювання у порівнянні з існуючими прийомами та способами в математиці.

**Основна частина.** 1. Існуючі в математиці способи аналітичного подання геометричних об'єктів здійснюються відносно початково обраної системи координат. В композиційному геометричному моделюванні точкові рівняння геометричних об'єктів утворюються відносно упорядкованого дискретного набору точок, яким визначається цей об'єкт. Такий підхід позбавляє точкове рівняння об'єкту декількох параметрів, які орієнтують його в системі координат.

2. Математично утворені рівняння геометричного об'єкту відносно системи координат використовують усі вихідні точки одночасно як певну їх комбінацію. У композиційному методі окремо для кожної точки утворюється своя характеристична функція, яка є безвідносною щодо вихідної системи координат. Тобто вихідні точки, що дискретно визначають об'єкт являють собою композицію точок.

Якщо в математичних рівняннях (комбінація точок) зміна будь-якої однієї вихідної точки геометричного об'єкта призводить до зміни його рівняння, то в композиційних моделях зміна положення однієї точки призводить до переобчислення значень характеристичних функцій, а саме точкове рівняння лишається без змін.

Такі можливості композиційної моделі призводять до суттєвої економії ресурсів у порівнянні з математичними моделями, а також прискорюють процес пошуку оптимального варіанту композиційної геометричної моделі, який потребує зміни вихідних даних.

3. У композиційному методі, перш ніж створювати характеристичні функції, необхідно параметризувати кожен з вихідних точок геометричного об'єкта. Параметризація вихідних точок виконується таким чином, щоб створювані характеристичні функції являли собою прості відношення трьох точок.

Як відомо, просте відношення трьох точок є інваріантом паралельного проектування, а це означає, що навколо точкового рівняння композиційної моделі можна обрати будь-яку систему координат з незліченої кількості можливих, для безпосереднього проведення обчислень, пов'язаних з розв'язанням метричних і позиційних задач. При цьому, вибір різних систем координат призводить до зміни вихідних даних для обчислень, а сам розв'язок, за будь-якою системою, буде один і той самий.

І навпаки, для математичних моделей, будь-яка заміна системи координат потребує складання матриці перетворень для переходу від однієї до другої системи, а це потребує більших витрат ресурсів у порівнянні з композиційними моделями геометричних об'єктів.

4. Алгебраїчні матриці застосовуються для компактного, в узагальненому вигляді здійснення алгебраїчних операцій та лінійних перетворень. Композиційні матриці формалізують у символічних записках незакономірні геометричні об'єкти та

призначені для утворення з їхніх використанням точкових рівнянь шляхом множення компоматриць точкових на параметричні компоматриці.

5. Множення композиційних матриць відрізняється від множення алгебраїчних матриць. У композиційному моделюванні здійснюється множення компоматриць точкових на компоматриці параметричні, які створюються для одного й того ж геометричного об'єкту і через це мають однакові розміри.

Крім того для кожної точки вихідного геометричного об'єкту створюється своя характеристична функція, при цьому і точка, і функція мають однакові індекси, тому під час множення компоматриць – перемножуються лише елементи з однаковими індексами, тобто:

$A_i \cdot p_i(t)$  для  $i = \overline{1, n}$ ; де  $A_i$  – точка геометричного об'єкту,  $p_i(t)$  – характеристична функція для  $i$ -тої точки. Цей добуток являє собою елемент композиційної матриці геометричного об'єкту.

Як відомо, що множення алгебраїчної матриці  $A$  на алгебраїчну матрицю  $B$  відбувається, коли кількість стовпців –  $K$  матриці  $A$  дорівнює кількості рядків –  $K$  матриці  $B$ . Тоді алгебраїчна матриця-добуток  $C$  має розміри  $m \times n$ , а її елементи  $c_{ij}$  визначаються:

$$c_{ij} = a_{i1} \cdot b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + \dots + a_{ik} \cdot b_{kj} = \sum_{i=1}^k a_{ik} \cdot b_{kj},$$

де  $i = \overline{1, m}$ ;  $j = \overline{1, n}$ ;

6. Композиційна матриця геометричного об'єкту має вигляд  $\llbracket A_i \cdot p_i(t) \rrbracket$ , для  $i = \overline{1, n}$ ; з якої утворюється точковий поліном як сума усіх елементів

$$L(t) = \sum_{i=1}^n A_i \cdot p_i(t)$$

**Висновки.** Через різне призначення алгебраїчних та композиційних матриць утворюються вони по-різному.

Утворюються точкові поліноми відносно вихідних точок, що дискретно задають геометричний об'єкт. Система координат, що обирається довільно, необхідна для проведення обчислень, пов'язаних з розв'язанням метричних і позиційних задач із застосуванням точкового поліному.

Композиційні матриці утворюються як результат символної формалізації геометричного об'єкту і призначені для складання його точкового рівняння як суми елементів компоматриці геометричного об'єкту.

### *Бібліографічний список*

1. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання багатofакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук. К.: КНУБА, 2018, 512 с.
2. Верещага В.М. Композиційне геометричне моделювання: Монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017, 108 с.

3. Верещага В.М., Найдиш А.В., Адоньєв Є.О., Лисенко К.Ю. Основи композиційного геометричного моделювання: навчальний посібник. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 255 с.
4. Лисенко К.Ю. Теоретичні основи методів утворення композиційних ліній і поверхонь: дис...к.т.н. Київ. КНУБА, 2022. 267 с.
5. Павленко О.М. Порівняльний аналіз композиційної інтерполяції з традиційними методами. Прикладна геометрія та інженерна графіка. К., 2022. Вип. 103. С. 162-174.
6. Павленко О.М. Параметричні композиційні матриці. Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання» 30 березня 2023 р. НУБІП. Київ, 2023, с. 91-96.
7. Лисенко К.Ю. Точкові композиційні матриці. Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання» 30 березня 2023 р. НУБІП. Київ, 2023, с. 97-99.
8. Верещага, В. М., Лисенко, К. Ю., Адоньєв, Є. О., Муртазієв, Е. Г., Верещага, І. В., & Воліна, Т. М. (2025). Аналітичний опис у точковій формі способу графічного диференціювання плоскої кривої лінії. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 6(1 (138), 54–63.