

УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОВЗАННЯ ЧАСТИНКИ ПО ПОВЕРХНІ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПРЯМОГО ГЕЛІКОЇДА

Воліна Т.М., д.т.н., доцент,

volina@nubip.edu.ua, ORCID: 0000-0001-8610-2208

Національний університет біоресурсів і природокористування України, Україна,
м. Київ

***Анотація.** В статті досліджено процес ковзання окремої частинки сипкого матеріалу по робочій поверхні вертикального гвинтового конвеєра. Автором розроблено узагальнену математичну модель руху частинки по поверхні вертикального прямого гелікоїда (і відкритого, і закритого), що обертається навколо власної осі. Математичний опис здійснено за допомогою параметричних рівнянь. Систему диференціальних рівнянь другого порядку складено в проєкціях на осі нерухомої системи координат. Отримана система дозволяє чисельними методами знаходити траєкторію ковзання частинки та реакцію поверхні. Сфера застосування отриманих результатів охоплює проєктування енергоефективних гвинтових конвеєрів для транспортування сипких матеріалів у сільському господарстві та промисловості.*

***Ключові слова:** транспортування матеріалу; гвинтовий конвеєр; частинка; гелікоїд; параметричні рівняння.*

Постановка проблеми. Для транспортування сипкого технологічного матеріалу широко використовуються гвинтові конвеєри. Підйом матеріалу здійснюється за рахунок обертання гвинтової поверхні в нерухомому циліндричному кожусі. Процес транспортування окремої частинки можна розділити на два етапи: ковзання частинки по гвинтовій поверхні до зустрічі із кожухом та підйом частинки при одночасному ковзанні по двох поверхнях.

Прямий гелікоїд (рухома гвинтова поверхня) може бути відкритим або закритим в залежності від способу його утворення. Якщо прямолінійний горизонтальний відрізок здійснює гвинтовий рух і при цьому перетинає вертикальну вісь, то гелікоїд буде закритим і відомим у техніці під назвою шнек. Якщо відрізок не перетинає вісь, рухаючись на певній відстані від неї, то утворений гелікоїд буде відкритим. У гвинтових конвеєрах застосовуються закриті гелікоїди як загальновідомі технічні гвинтові поверхні. Однак можливе використання інших гвинтових поверхонь, що потребує створення відповідної моделі руху частинки.

Аналіз останніх досліджень. Традиційно вивчення процесу транспортування технологічного матеріалу гвинтовими конвеєрами здійснюється експериментальними [1, 2] або теоретичними [3, 4] дослідженнями. При теоретичних дослідженнях існують різні підходи [5, 6], однак не застосовується опис гвинтової поверхні параметричними рівняннями.

Формулювання цілей. Метою даного дослідження є розробка математичної моделі складного руху частинки по поверхні вертикального прямого гелікоїда, який обертається навколо власної осі.

Основна частина. Параметричні рівняння прямого гелікоїда мають наступний вигляд:

$$X = r \cos \alpha - u \sin \alpha; \quad Y = r \sin \alpha + u \cos \alpha; \quad Z = R \alpha \operatorname{tg} \beta, \quad (1)$$

де r і R – радіуси внутрішнього і зовнішнього обмежуючих поверхню циліндрів; β – кут підйому зовнішньої гвинтової лінії, α і u – незалежні змінні поверхні, які мають фізичний зміст: α – кут повороту радіус-вектору точки на поверхні навколо осі гелікоїда; u – відстань вздовж прямолінійної твірної поверхні від нульового значення (для закритого гелікоїда – від його осі).

При $r=0$ рівняння (1) описують поверхню прямого закритого гелікоїда, а при $r \neq 0$ – відкритого.

Встановлення зв'язку між незалежними змінними поверхні u і α у вигляді залежностей $u = u(t)$ і $\alpha = \alpha(t)$, де t – час, дозволяє перейти від рівнянь поверхні до рівнянь лінії на ній, яка приймається за траєкторію ковзання. Система диференціальних рівнянь другого порядку складається в проєкціях на осі нерухомої системи координат.

Узагальнена математична модель, яка описує рух частинки по обох гелікоїдах (відкритому і закритому), має вигляд:

$$\alpha'' = \frac{\cos \beta}{B^2} \frac{u \cos \beta (\omega - \alpha') [2u' - r(\omega - \alpha')] - Rg \sin \beta}{\sqrt{R^2 \sin^2 \beta + u^2 \cos^2 \beta}} - f \frac{A \alpha'}{VB}; \quad (2)$$

$$u'' = \frac{Cu(\omega - \alpha')^2 - 2ruu'(\omega - \alpha') \cos^2 \beta + Rrg \cos \beta \sin \beta}{B^2} - f \frac{Au'}{VB};$$

$$N = \frac{mA}{B},$$

де для компактності запису рівнянь (2) прийнято наступні позначення окремих виразів:

$$A = ug \cos \beta + R(\omega - \alpha') [2u' - r(\omega - \alpha')] \sin \beta; \quad (3)$$

$$B = \sqrt{R^2 \sin^2 \beta + u^2 \cos^2 \beta};$$

$$C = (r^2 + u^2) \cos^2 \beta + R^2 \sin^2 \beta.$$

ω – кутова швидкість обертання поверхні;

f – коефіцієнт тертя;

g – прискорення вільного падіння;

V – величина відносної швидкості ковзання частинки:

$$V = \sqrt{(u'^2 + r\alpha'^2)^2 + \alpha'^2 (u^2 + R^2 \operatorname{tg}^2 \beta)}. \quad (4)$$

Розв'язок системи (2) здійснюється чисельними методами внаслідок чого знаходяться залежності $u=u(t)$, $\alpha=\alpha(t)$, а також реакція поверхні $N=N(t)$. Отримані диференціальні рівняння другого порядку описують траєкторію ковзання частинки по поверхні. В залежності від конструктивних параметрів такою поверхнею може бути

відкритий або закритий гелікоїд. Крім того, якщо кутова швидкість обертання гелікоїда дорівнює нулю, то рівняння (2) описують ковзання частинки по нерухомій поверхні під дією сили власної ваги. При $r=0$ і $\beta=0$ параметричні рівняння описують горизонтальну площину, віднесену до полярної системи координат. Відповідно диференціальні рівняння описують траєкторію ковзання частинки по горизонтальному диску, що обертається навколо вертикальної осі.

Висновки. Отримана узагальнена математична модель складного руху частинки по поверхні вертикального прямого гелікоїда, який обертається навколо власної осі, дозволяє отримати параметри руху частинки по відкритому і закритому гелікоїдах та порівняти одержані результати. Перспективи подальших досліджень полягають в розробці математичної моделі підйому частинки при одночасному її ковзанні по гвинтовій поверхні та нерухомому кожуху конвеєра. Отримані результати можуть стати теоретичним підґрунтям для оптимізації конструктивних параметрів конвеєрів з метою мінімізації енерговитрат при переміщенні сипких вантажів. Крім того, отримана математична модель може бути впроваджена в алгоритми керування автоматизованих установок для змішування матеріалів.

Бібліографічний список

1. Дячун А. Є., Дмитрів О. Р., Гевко Б. Р., Коваль С. О., Цапик Р. П. (2024). Експериментальна автоматизована установка гвинтового конвеєра з обертовим кожухом для змішування сипких матеріалів. Перспективні технології та прилади. 2024. Вип. 1(24). С. 38–44. DOI: 10.36910/10.36910/6775-2313-5352-2024-24-06.
2. Підвищення технологічного рівня процесів завантаження та перевантаження матеріалів у гвинтових конвеєрах: монографія / Р.Б. Гевко, Р.М. Рогатинський, Р.І. Розум, М.Б. Клендій. Тернопіль: Осадца Ю.В., 2018. 180 с.
3. Гаврон Н. Б. Формування моделі руху добрив шнековими транспортерами // Матеріали XX наукової конференції Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, 2017. С. 12–13.
4. Карп І. В. Аналітична модель процесу роботи шнекового транспортера зернових матеріалів // Матеріали XIV Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених та студентів «Актуальні задачі сучасних технологій», 2025. С. 86–88.
5. Грудовий Р. С. Обґрунтування конструкцій і параметрів робочих органів шнекових транспортерів зерна: Doctoral dissertation. Вінниця: ВНАУ, 2013. 157 с.
6. Карп І. В. Математична модель процесу переміщення зернового матеріалу в пневмошнековому транспортері. Наукові нотатки. 2025. Вип. 82. С. 112–120.