

ДО ПИТАННЯ ОЦІНКИ ВПЛИВУ ЖОРСТКОГО ЗАЩЕМЛЕННЯ ОПОРНИМ КІЛЬЦЕМ ТОНКОСТІННИХ МЕТАЛЕВИХ КУПОЛІВ НА ЇХ МЕМБРАННІ ЗУСИЛЛЯ ВІД ВЛАСНОЇ ВАГИ

Терещук М.О., к.т.н.

nikolatereschuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4444-3677

Київський національний університет будівництва і архітектури
(м. Київ, Україна)

***Анотація.** У наш час тонкостінні металеві куполи доволі поширені, наприклад, при зведенні православних християнських каплиць. Зазначені будівлі споруджуються на згадку про визначні події, на перехрестях доріг, у скверах і парках, біля цілющих джерел, у військових частинах, виправних закладах, лікарнях та госпіталях, на кладовищах і т. д. Існуючі архітектурні релігійні канони вимагають естетичної привабливості вказаних конструкцій, розмаїття їх форм та розмірів. Однак, при цьому потрібно обов'язково брати до уваги такі властивості, як надійність, довговічність, невеликі витрати виготовлення й експлуатації тощо. На стадії ескізного проектування для обчислення міцності тонкостінних оболонок зручна безмоментна теорія, яка, на жаль, не враховує граничні умови обпирання. Тому, з метою підвищення відповідної точності, доречною є оцінка впливу наведених факторів на мембранні зусилля металевих куполів, зокрема від дії їхньої власної ваги.*

***Ключові слова:** архітектурні конструкції; власна вага; меридіональні та кільцеві зусилля; металеві куполи; православні каплиці; тонкостінні оболонки.*

Постановка проблеми. Нинішній період існування України досить важкий, що спричинено триваючою вже багато років війною. Через неї велике число громадян звертається за духовною підтримкою до всевишніх сил. Матеріальним проявом цього є зведення численних православних каплиць у різноманітних місцях нашої держави. Куполи становлять найбільш символічну частину сакральних будівель. Тому їх естетичному вигляду та розмаїттю форм і розмірів приділяється особлива увага при архітектурному проектуванні. Інколи вказані фактори суперечать таким властивостям, як надійність, довговічність, невеликі витрати виготовлення, експлуатації тощо. Спрощення, зокрема, розрахунків на міцність сприяє скороченню тривалості та трудомісткості опрацювання вказаних технічних об'єктів. На певне вирішення зазначеної проблеми спрямована ця наукова стаття.

Аналіз досліджень і публікацій. Загальні питання архітектурного проектування православних храмів подано у виданні [1]. Це стосується всіляких форм та розмірів куполів. Однак вплив наведених факторів на міцність, надійність, довговічність, вартість спорудження й подальшу експлуатацію вказаних конструкцій не розглядається. Акцентовані аспекти не забезпечують можливість

проведення належної комплексної оптимізації. У статті [2] запропоновано спосіб структурно-параметричного комп'ютерного геометричного моделювання куполів сакральних християнських будівель. Теоретичні засади безмоментної теорії тонкостінних оболонок викладено в публікації [3]. Для порівняння аналітичних розв'язків за допомогою формули Лапласа та результатів, отримуваних методом скінченних елементів, далі використовувалася система автоматизованого проектування SolidWorks [4, 5].

Формулювання цілей. Завдання полягає в оцінці впливу жорсткого защемлення опорним кільцем півсферичних тонкостінних металевих куполів на їх мембранні зусилля від власної ваги. Це дозволяє уточнювати розрахункові значення під час ескізного архітектурного проектування, не збільшуючи трудомісткість зазначених процесів.

Основна частина. Даним дослідженням опрацьовано кілька варіантів півсферичних тонкостінних сталевих куполів із різною товщиною δ та радіусами R серединних поверхонь. Побудовано графіки меридіональних N_φ й кільцевих N_θ зусиль методом скінченних елементів та за формулою Лапласа,

$$\frac{N_\varphi}{R} + \frac{N_\theta}{R} + qk \cos \varphi = 0, \quad (1)$$

де $q = 77 \text{ Н/м}^2$ – вага одиниці площі купола товщиною $\delta = 1 \text{ мм}$;

k – безрозмірний коефіцієнт, який дорівнює товщині оболонки в мм;

φ – кут між вертикальною віссю обертання купола та поточним положенням радіуса R .

Зауважимо, у співвідношенні (1) N_φ створюється ваговим навантаженням на горизонтальному рівні кута φ .

На рис. 1 показано мембранні зусилля купола радіусом $R = 1 \text{ м}$ та товщиною $\delta = 1 \text{ мм}$. Ліві графіки відповідають аналітичним розрахункам, а праві – чисельному методу скінченних елементів системи SolidWorks. Видно, що N_φ практично однакові, а N_θ біля опорного кільця дещо не досягають максимальної величини згідно з формулою Лапласа та далі різко зменшуються, змінюючи свій знак.

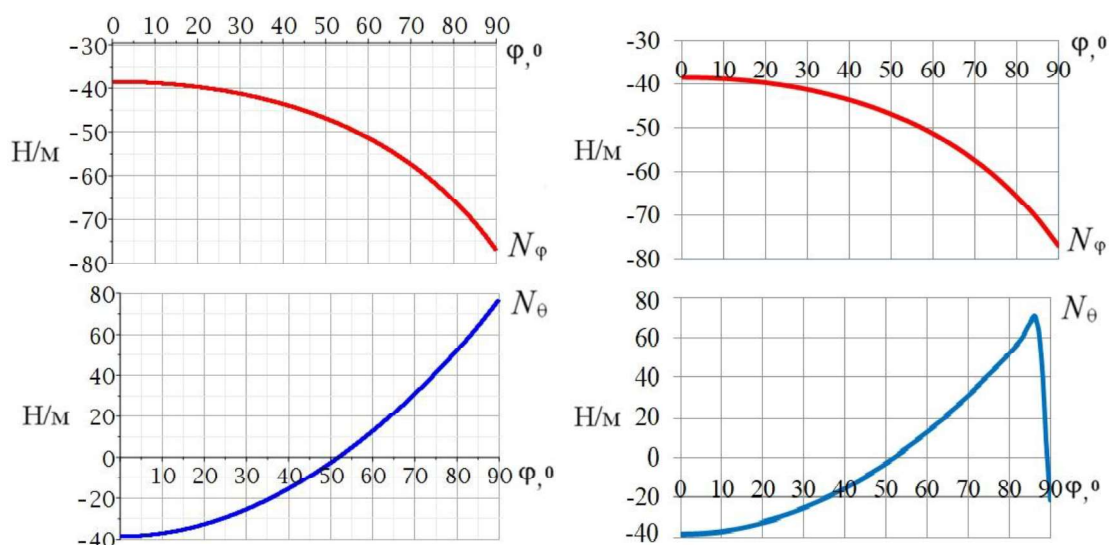


Рис. 1. Зусилля купола радіусом $R = 1 \text{ м}$ і товщиною $\delta = 1 \text{ мм}$

Рис. 2 ілюструє визначені меридіональні й кільцеві зусилля для купола радіусом $R=1$ м та товщиною $\delta=0,5$ мм. Розташування зображень аналогічне проаналізованому вище випадку. Отримані результати прогнозовано у два рази менші вже розглянутих.

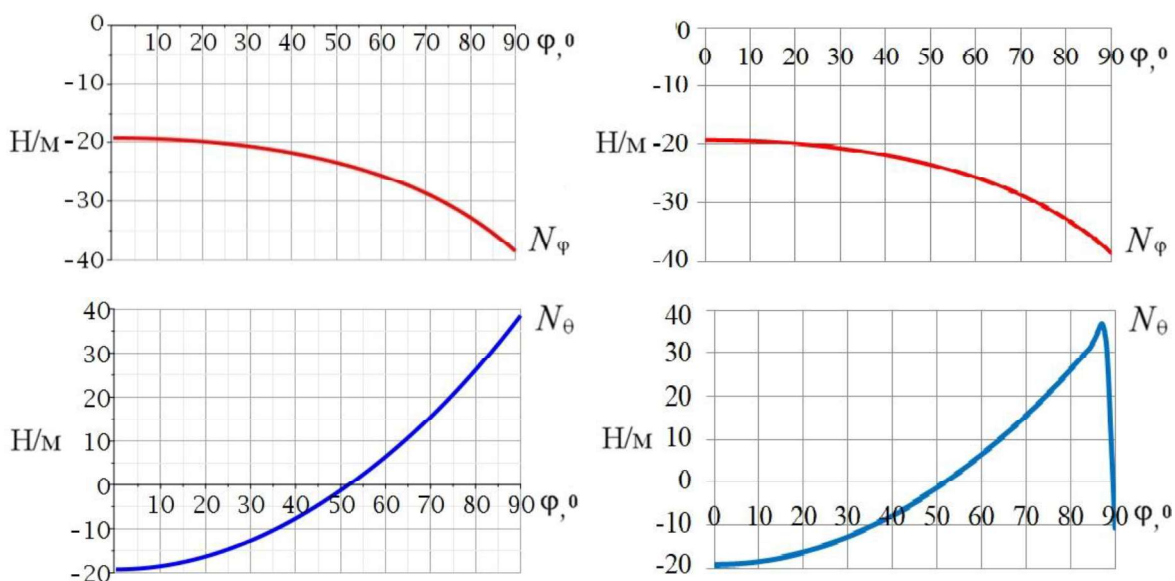


Рис. 2. Зусилля купола радіусом $R=1$ м і товщиною $\delta=0,5$ мм

Наступний рисунок відтворює мембранні зусилля купола радіусом $R=3$ м та товщиною $\delta=1$ мм. За своїм якісним характером досліджувані величини подібні проаналізованим вище, а кількісно у три рази більші початкових і в шість раз попередньо наведених.

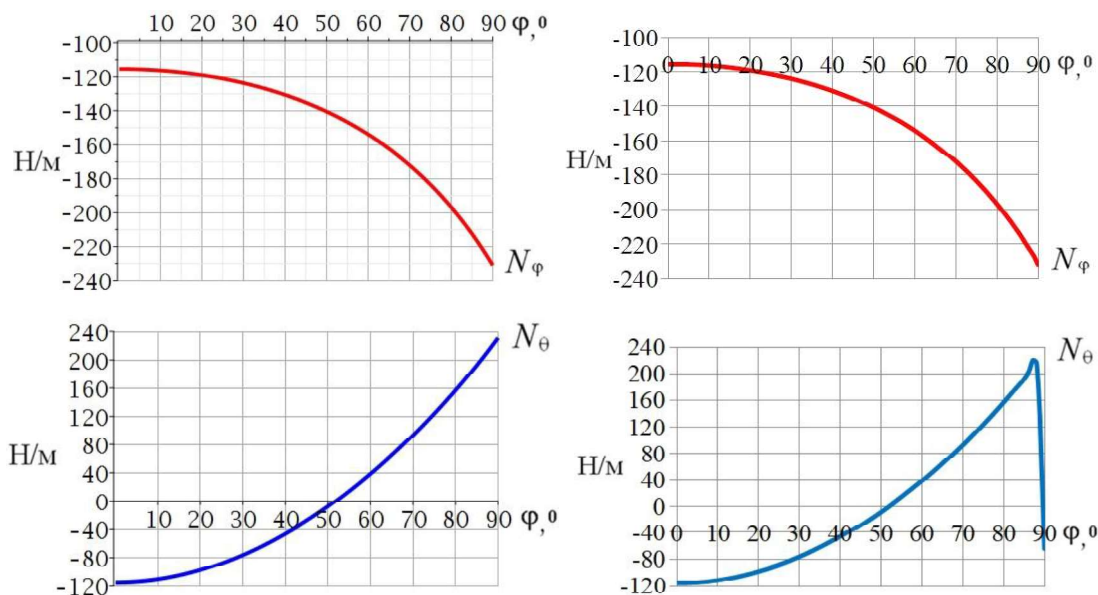


Рис. 3. Зусилля купола радіусом $R=3$ м і товщиною $\delta=1$ мм

Отже, меридіональні та кільцеві зусилля в півсферичних тонкостінних куполах пропорційні товщині й радіусу вказаних оболонок. Обґрунтуємо це математично.

Поточне зусилля N_φ визначається вагою P сферичного сегмента, розподіленою по колу радіуса r належної паралелі. Маємо

$$P = \gamma \cdot \delta \cdot S, \quad (2)$$

де γ – питома вага застосованого матеріалу конструкції;

δ – товщина купола;

S – площа сферичного сегмента, яка дорівнює

$$S = 2\pi \cdot R \cdot h, \quad (3)$$

де h – його висота.

Довжина кола поточної паралелі

$$l = 2\pi \cdot r. \quad (4)$$

Меридіональне зусилля

$$N_\varphi = \frac{P/l}{\sin \varphi} = \frac{P}{l} \cdot \frac{R}{r}. \quad (5)$$

На основі співвідношень (2) ... (5) отримуємо

$$N_\varphi = \frac{\gamma \cdot \delta \cdot 2\pi \cdot R \cdot h}{2\pi \cdot r} \cdot \frac{R}{r} = \frac{\gamma \cdot \delta \cdot R^2 \cdot h}{r^2}. \quad (6)$$

Вираз (6) показує, що меридіональні зусилля пропорційні питомій вазі матеріалу, товщині купола й радіусу його серединної поверхні. Останнє твердження спирається на те, що величини R , h та r змінюються пропорційно. Як наслідок аналогічний характер модифікацій кільцевих зусиль впливає з рівняння (1).

Висновки. У даній публікації проаналізовано вплив жорсткого защемлення опорним кільцем півсферичних тонкостінних оболонок на їх мембранні зусилля від власної ваги. Зроблено необхідні теоретичні узагальнення. Практичний результат полягає в забезпеченні можливості спрощеного наближеного визначення зазначених факторів під час ескізного проектування, наприклад таких архітектурних конструкцій, як металеві куполи православних каплиць, без використання дорогого спеціалізованого комп'ютерного програмного забезпечення. Перспективами подальших наукових розвідок з поданої тематики є дослідження еліпсоїдних, параболоїдних, гіперболоїдних та інших оболонок обертання.

Бібліографічний список

1. Слепцов О. С. Архітектурне проектування і реконструкція православних храмів. Київ: А+С, 2014. 272 с.

2. Терещук М. О. Структурно-параметричний спосіб формоутворення куполів православних храмів. Прикладна геометрія та інженерна графіка. 2022. Вип. 103. С. 201–208. DOI: 10.32347/0131-579x.2022.103.201-208

3. Bhavikatti S. S. Theory of Plates and Shells. New Delhi: New Age International, 2012. 313 p.

4. Lombard M. Mastering SolidWorks. Indianapolis: Sybex, 2019. 1210 p.

5. SolidWorks Help. URL: <https://help.solidworks.com/HelpProducts.aspx> (дата звернення: 21.04.2026).

EDGE DETECTION USING TOF SENSOR

Pavlo B. Oliinyk, Ph.D.

poleinik@ukr.net, ORCID: 0000-0002-9481-0551

National Technical University of Ukraine

"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute" (Ukraine, Kyiv)

Abstract – Model of time-of-flight sensor signal for two objects in its field of view is presented, along with method for estimation of object's edge coordinates using that sensor.

Keywords – edge detection, time-of-flight sensor.

Statement of the problem. In the process of manufacturing or testing, detection of edges of different objects is necessary. At that, in many cases detection without any mechanical contact is desirable, which leads to use of optic distance measurement systems.

In many cases, use of time-of flight (TOF) sensors is desirable, because of their compact size, low energy consumption and price. Some of the commercially available sensors have narrow field of view (FOV) – i.e. 1-2° [1], and that, combined with high sampling frequency, in theory allows one to obtain edge position precisely simply measuring distance. However, TOF sensors have a significant drawback: if many objects at different distance are in the FOV, sensor output (i.e. measured value) is abnormal [1]. Therefore, one can detect coordinate of edge of an object using measured distance with some error.

Analysis of recent research. Author has no information about research, related to errors of TOF sensors on edges. Similar study, devoted to geometry perception using direct time-of-flight sensors for robotic safety is presented in [2]; however, that study does not contain any data about precision of estimation of coordinates of, say, cuboids considered in the paper. Therefore, task of edge coordinate detection is actual and not solved.

Formulation of goals. Goal of the study is to develop model TOF sensor signal for two objects and a method that allows one to estimate coordinate of the edge using TOF measurements.

Main part. As a start of analysis, model of distance measurement should be developed, taking TOF sensor's principle of operation into account. TOF sensors [3] operate based on two principles: indirect TOF (iTOF) and direct one (dTOF).

In the latter case, sensor's transmitter emits a high-frequency square wave and generates a start signal for counter. When receiver receives reflected wave, counting is stopped, and, after integration during a certain time, histogram "number of photons vs time delay" is obtained, and distance is calculated using the highest peaks [4]. Some of the sensors (e.g. ST Microelectronics VL53L7CX [5]) even provide ability to measure

distance to many objects in the sensor's FOV (using clearly separated peaks). The advantage of dTOF is far measured distance (up to hundreds of meters, depending on the emitted power), and its drawback is its low resolution, which is unacceptable for small distances characteristic for most of manufacturing and test stand scenarios.

In the former one (iTOF sensor), sensor emits a sinusoidal signal, and its receiver receives the reflected wave, and then phase shift between waves is detected as follows [5]. Period T of each generated sinusoid is divided into 4 bins each $T/2$ long, which are shifted by 90° as shown in Figure 1. Reflected wave is integrated in each of the bins, and charge or number of photons received, is integrated in order to obtain $Q_1 \dots Q_4$.

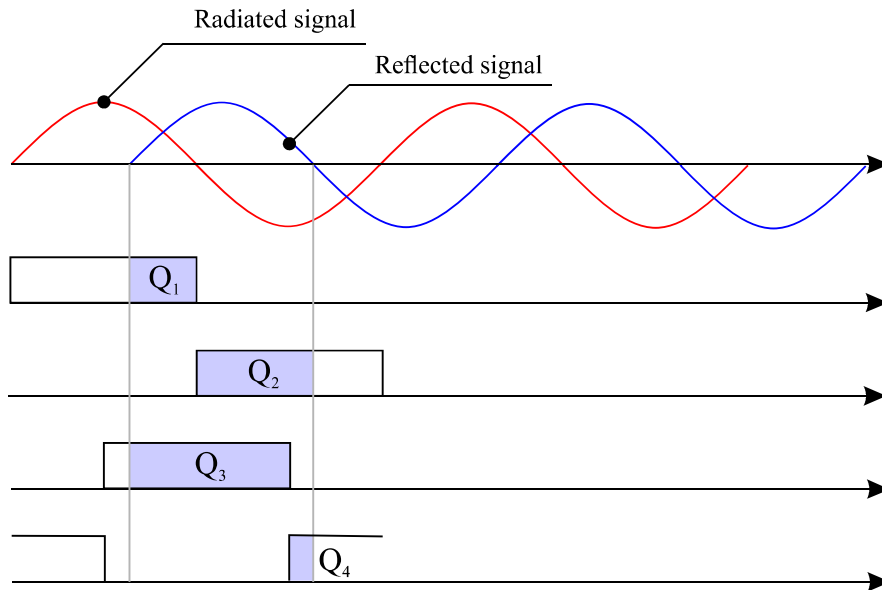


Figure 1. Principle of phase shift estimation in an iTOF sensor

Then, phase shift φ is calculated using formula [5]

$$\varphi = \arctg\left(\frac{Q_4 - Q_3}{Q_1 - Q_2}\right), \quad (1)$$

and then, distance is calculated as follows [5]:

$$d \cong \frac{c\varphi}{2 \cdot 2\pi f_0}. \quad (2)$$

where c is the speed of light, f_0 is light modulation frequency.

iTOF sensor generally operates at small distances (up to some meters), but has a resolution of millimeters and higher, and, therefore, is a good choice for a test stand or a machine. However, if two or more objects are in its FOV, output signal does not reflect distance to any of those objects.

Assume that we have iTOF sensor with a FOV in the form of a circle of radius R , and two long objects, situated at distances d_1 and d_2 respectively, are in the mentioned FOV (see Figure 2). Assume also that spatial and time distribution of photons in the transmitted light is uniform. Then, receiver will receive two sinusoids, one shifted by phase φ_1 and second by phase φ_2 , respectively.

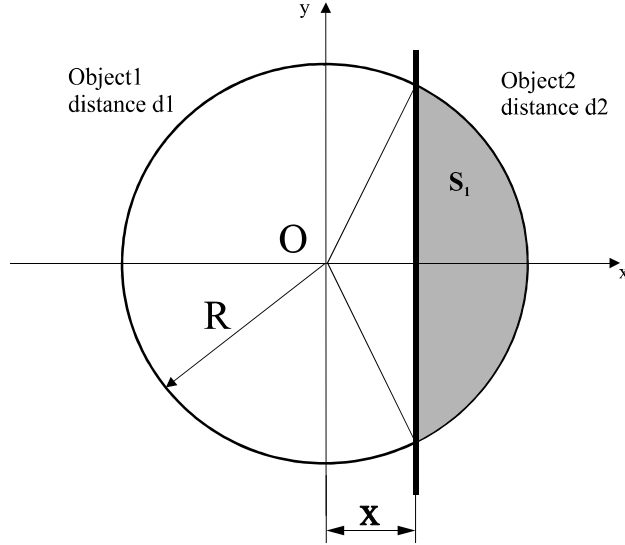


Figure 2. Sensor's FOV over two objects

If both objects have close reflectivity, contribution of each sinusoid may be assumed to be proportional to the area of FOV segment, which lies over the respective object; segment area S based on the coordinate of the edge x is determined by the formula

$$S(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x > R \\ R^2 \arccos(x/R) - x\sqrt{R^2 - x^2}, & \text{if } x \in [0; R] \\ \pi R^2 - R^2 \arccos\left(\frac{x}{R}\right) + x\sqrt{R^2 - x^2}, & \text{if } x \in [-R; 0) \\ \pi R^2, & \text{if } x < -R \end{cases} \quad (3)$$

In addition, in order to account for signal processing algorithm of the sensor, weighting coefficient w should be introduced; therefore, signal at the input of sensor's receiver takes the form

$$A(x) = w(\pi R^2 - S(x)) \sin(2\pi f_0 + \varphi_1) + (1 - w)S(x) \sin(2\pi f_0 + \varphi_2). \quad (4)$$

In order to test model (4), test rig, shown in Fig. 3 was used. That rig includes stepper motor that drives a ball-screw pair with 1 mm step. On the caret of a ball-screw pair, Nooploop TOF Sense-F2 Mini sensor was installed; as a test specimen wooden box was used, and position of its side wall edge was estimated. TOF Sense F2 Mini data output frequency is 50 Hz, speed of the caret was 20 mm/s; measured data were registered using

standard NAssistsant software ver. 4.11.0. Test results are shown in Fig.4 along with MatLAB modeling results, obtained using formula (4) with different w .

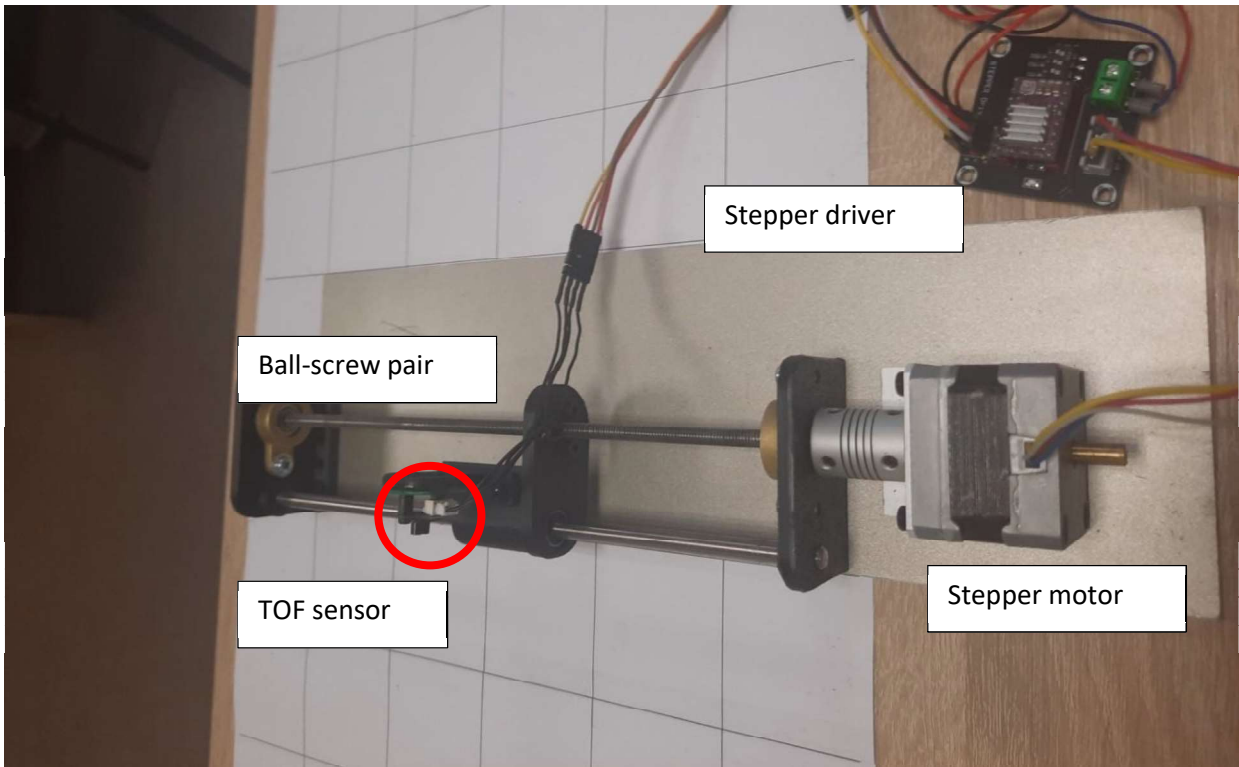


Figure 3. Test rig

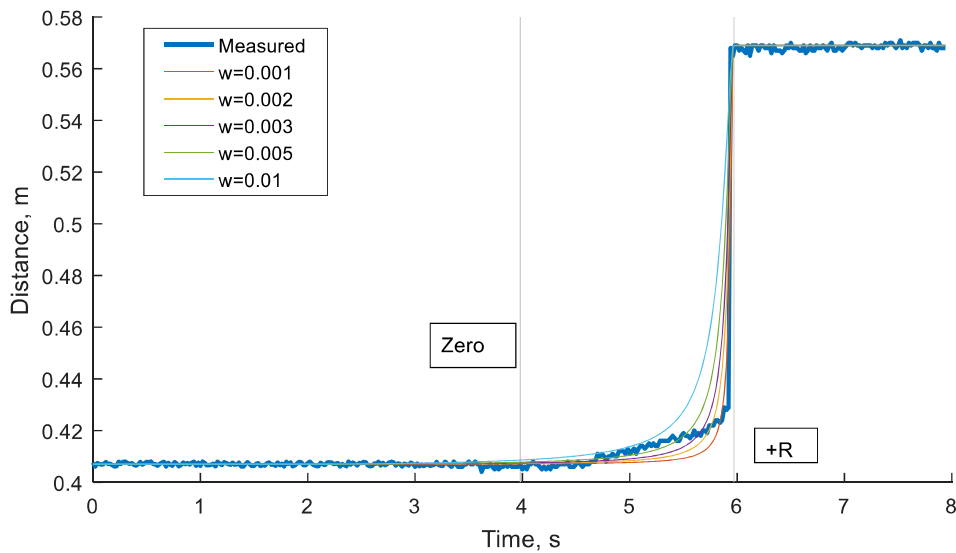


Figure 4. Test results

As one can see from Fig.4, measured signal and model with different weighting coefficients are rather close to measured data ($w=0.005$ and $w=0.003$ are the closest). At that, when sensor moves from closer object to farther one, abrupt change in the distance measured occurs only when edge between objects comes to the FOV edge, i.e. close to

+ R . Therefore, one can use that fact in order to estimate x coordinate of the edge as follows:

- 1) Detect coordinate x_0 of the rapid distance change and distance d , that corresponds to the farther object.
- 2) Calculate FOV radius using an obvious formula $R = d \cdot \sin(\theta/2)$, where θ is the FOV angle of the sensor according to its datasheet.
- 3) Calculate edge coordinate $x_e = x_0 \pm R$, taking “-” sign if FOV transition is from closer object to farther one and “+” otherwise.

Conclusions. As one can see, model of the TOF signal is confirmed by experiment, and thus can be used for modeling of iTOF sensor signal. Edge coordinate detection method, presented above, may also be used in practice. One should note, however, that the method proposed cannot be applied to dTOF sensors, and weight coefficient of the model should be adjusted appropriately for each TOF sensor.

References

1. Nooploop TOFSense-F User Manual V2.0. 17 p. URL: https://ftp.nooploop.com/downloads/tofsense/TOFSense-F_User_Manual_V2.0_en.pdf (last accessed: 19.04.2026)
2. Gimpelj, J.; Munih, M. Assessing Geometry Perception of Direct Time-of-Flight Sensors for Robotic Safety. *Sensors*. 2025. Vol. 25. p. 4385. DOI: 10.3390/s25144385
3. Ma, Jie et al. A review of ToF-based LiDAR. *Journal of Semiconductors*. 2024. Vol. 45, No. 10. p.101201. DOI: 10.1088/1674-4926/24040015
4. UM3038 – User manual. A guide to using the VL53L7CX Time-of-Flight multizone ranging sensor with 90° FoV. 18 p. URL: https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&opi=89978449&url=https://www.st.com/resource/en/user_manual/um3038-a-guide-to-using-the-vl53l7cx-timeofflight-multizone-ranging-sensor-with-90-fov-stmicroelectronics.pdf&ved=2ahUKEwiQrI6QjvqTAXUDFBAIHV4IORYQFnoECBUQAQ&usq=AOvVaw1kvKSgkThnvi4_rvP-wyC1 (last accessed: 19.04.2026)
5. Bamji, Cyrus et al. A Review of Indirect Time-of-Flight Technologies. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2022. Vol. 69, No. 6. p.2779-2793. DOI: 10.1109/TED.2022.3145762.